

### 7.3. Пружинный маятник

**7.3.1.** Груз массой  $m = 0,1$  кг, подвешенный на пружине, совершает  $N = 20$  колебаний за время  $t = 12,6$  с. Найдите жесткость пружины.

**7.3.2.** Если к пружине подвесить груз массой  $m_1 = 400$  г, то частота его колебаний будет  $\nu_1 = 1$  Гц. Какой будет частота колебаний груза массой  $m_2 = 100$  г, если его подвесить к той же пружине?

**7.3.3.** Если к некоторому грузу, колеблющемуся на пружине, подвесить гирию массой  $m_2 = 100$  г, то частота колебаний уменьшится в  $n = 1,41$  раза. Какой массы груз был первоначально подвешен к пружине?

**7.3.4.** Во сколько раз изменится период колебаний груза, подвешенного на резиновом жгуте, если отрезать  $n = \frac{1}{4}$  его длины и подвесить на оставшуюся часть тот же груз?

**7.3.5.** К легкой пружине подвешиваются поочередно два различных грузика. Период колебаний первого грузика  $T_1 = 4$  с, второго  $T_2 = 3$  с. Чему будет равен период колебаний, если к этой пружине подвесить сразу два грузика?

**7.3.6.** Если к пружине подвесить поочередно два различных грузика, то пружина удлиняется на  $\Delta x_1 = 2$  см и  $\Delta x_2 = 4$  см соответственно. Определите частоту колебаний, когда к пружине подвешены оба грузика.

**7.3.7.** Частота колебаний чашечки с грузиком  $\nu_1 = 2$  Гц. Если на чашечку положить дополнительный грузик, то частота колебаний станет  $\nu_2 = 1$  Гц. Насколько изменилось положение равновесия у этой системы?

• **7.3.8.** Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательно соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

**7.3.9.** Пружинный маятник массой  $m = 200$  г находится на гладкой горизонтальной поверхности. Коэффициент жесткости пружины  $k = 3,2$  Н/м. Грузик маятника отклоняют от положения равновесия на расстояние  $A = 3$  см и отпускают в момент времени  $t_0 = 0$ . Напишите закон движения маятника. Найдите его смещение и скорость в момент времени  $t = 2$  с.

**7.3.10.** Какова масса груза, колеблющегося на пружине жесткостью  $k = 0,5$  кН/м, если при амплитуде колебаний  $A = 6$  см он имеет максимальную скорость  $v = 3$  м/с?

**7.3.11.** Первый шар колеблется на пружине, имеющей жесткость в 4 раза большую, чем жесткость пружины, на которой колеблется второй шар такой же массы. Какой из шаров и во сколько раз дальше надо отвести от положения равновесия, чтобы их максимальные скорости были одинаковы?

**7.3.12.** Телу массой  $m$ , подвешенному на пружине жесткостью  $k$ , в положении равновесия сообщают скорость  $v$ , направленную вертикально вниз. Определите путь, пройденный телом, за вторую одну восьмую часть периода колебаний, считая их гармоническими.

**7.3.13.** Тело, составленное из двух одинаковых частей массой  $m$  каждая, подвешено на пружине жесткостью  $k$ . В некоторый момент времени одна из частей «отваливается». Определите путь, пройденный оставшейся частью тела, за вторую одну восьмую часть периода колебаний, считая их гармоническими.

**7.3.14.** Пружина жесткостью  $k$  прикреплена к потолку и бруску массой  $m$ , лежащему на подставке так, что ось пружины вертикальна (рис. 7.3.1). Пружина сжата на величину  $L$ . Найдите амплитуду колебаний бруска, если подставку быстро убрать.

**7.3.15.** Груз массой  $m$  привязан нитью, перекинутой через блок, к другому грузу, который удерживается на гладком горизонтальном столе пружиной, прикрепленной к стене (рис. 7.3.2). Нить пережигают, и груз на столе начинает колебаться с амплитудой  $A$ . Найдите жесткость пружины.

• **7.3.16.** Чашка с гирями пружинных весов покоится. На чашку поставили еще одну гирию массой  $m$  (рис. 7.3.3). Найдите амплитуду колебаний  $A$  чашки. Жесткость пружины  $k$ .

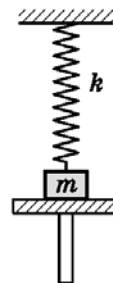


Рис. 7.3.1

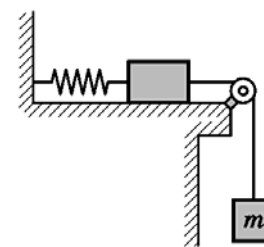


Рис. 7.3.2

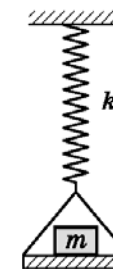


Рис. 7.3.3

**7.3.17.** Груз массой  $m = 100$  г колеблется на пружине жесткостью  $k = 50$  Н/м с амплитудой  $A = 4$  см. Найдите: а) полную механическую энергию колебания; б) потенциальную энергию колебания в точке с координатой  $x = 2$  см; в) кинетическую энергию в этой же точке; г) скорость прохождения грузом этой точки.

**7.3.18.** При подвешивании к двум разным легким вертикальным пружинам грузов, отношение масс которых равно  $\frac{m_1}{m_2} = 2$ , пружины получают одинаковое удлинение. Определите отношение энергий этих систем, если они совершают колебания с одинаковыми амплитудами.

**7.3.19.** К двум разным пружинам подвешены равные грузы, при этом отношение удлинений пружин  $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 2$ . Определите отношение энергий колебаний этих грузов, если они совершают колебания с амплитудами, отношение которых  $\frac{A_2}{A_1} = 2$ .

**7.3.20.** К грузику массой  $m = 200$  г прикреплен пружина жесткостью  $k = 20$  Н/м, другой конец которой прикреплен к стене (рис. 7.3.4). Груз отвели от положения равновесия на расстояние  $x_0 = 10$  см и сообщили скорость  $v_0 = 1$  м/с. Определите амплитуду колебания груза и полную энергию колебания. Трения нет.

**7.3.21.** Шарик, подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания с амплитудой  $A = 1$  см (рис. 7.3.5). На каком расстоянии  $l$  от положения равновесия шарика нужно закрепить плиту, чтобы период колебаний шарика уменьшился на четверть? Удара шарика о плиту абсолютно упругие.

**7.3.22.** На чашку пружинных весов с высоты  $h = 0,8$  м падает груз массой  $m = 50$  г и прилипает к ней. Определите амплитуду возникающих при этом колебаний чашки. Чашка невесома. Жесткость пружины  $k = 100$  Н/м.

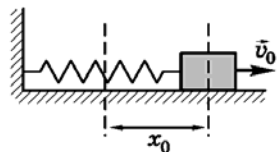


Рис. 7.3.4

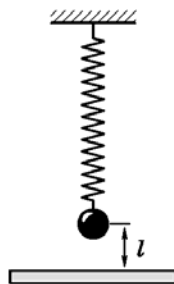


Рис. 7.3.5

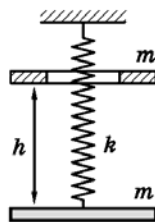


Рис. 7.3.6

**7.3.23.** На пружине жесткостью  $k = 200$  Н/м висит диск массой  $m = 200$  г. На него с некоторой высоты  $h$  падает шайба такой же массы, что и диск (рис. 7.3.6). После неупругого удара шайбы о диск возникают колебания с амплитудой  $A = 2$  см. Определите высоту  $h$ . Сопротивление воздуха не учитывать.

**7.3.24.** На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой  $M$ , прикрепленный к стене пружиной жесткостью  $k$ . Пуля массой  $m$ , летящая со скоростью  $v$ , попадает в брусок и застревает в нем (рис. 7.3.7). Определите амплитуду возникающих колебаний бруска.

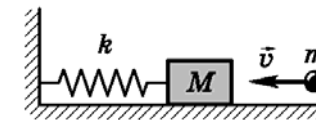


Рис. 7.3.7

Ответы:

$$7.3.1. k = \frac{4\pi^2 m N^2}{t^2} = 9,94 \text{ Н/м.}$$

$$7.3.2. v_2 = v_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = 2 \text{ Гц.}$$

$$7.3.3. m_1 = \frac{m_2}{n^2 - 1} = 100 \text{ г.}$$

$$7.3.4. \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{1-n}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15.$$

$$7.3.5. T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 5 \text{ с.}$$

$$7.3.6. v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta x_1 + \Delta x_2}} = 2 \text{ Гц.}$$

$$7.3.7. \Delta x = \frac{g}{4\pi^2} \left( \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2 v_2^2} \right) = 18,6 \text{ см.}$$

$$7.3.9. x = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t = 0,03 \cos 4t;$$

$$x_1 = -0,45 \text{ см; } v = -A \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t \approx 11,9 \text{ см/с.}$$

$$7.3.10. m = \frac{kA^2}{v^2} = 0,2 \text{ кг.}$$

$$7.3.11. \frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = 2.$$

$$7.3.12. l = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} v \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

$$7.3.13. l = \frac{\sqrt{2}mg}{2k}.$$

$$7.3.14. A = \frac{mg}{k} + L.$$

$$7.3.15. k = \frac{mg}{A}.$$

$$7.3.17. E = \frac{kA^2}{2} = 0,4 \text{ Дж; } E_{\text{н}} = \frac{kx^2}{2} = 0,01 \text{ Дж; } E_{\text{к}} = E - E_{\text{н}} = 0,39 \text{ Дж; } v = \sqrt{\frac{2E_{\text{к}}}{m}} = 2,8 \text{ м/с.}$$

$$7.3.18. \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1}{m_2} = 2.$$

$$7.3.19. \frac{E_2}{E_1} = \frac{\Delta x_1 A_2^2}{\Delta x_2 A_1^2} = 8.$$

$$7.3.20. A = \sqrt{x_0^2 + \frac{m}{k} v_0^2} = 14,14 \text{ см; } E = \frac{mv_0^2 + kx_0^2}{2} = 0,2 \text{ Дж.}$$

$$7.3.21. l = A \cos \frac{3\pi}{4} = 0,7 \text{ см.}$$

$$7.3.22. A = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}} = 8,8 \text{ см.}$$

$$7.3.23. h = \frac{kA^2}{mg} - \frac{mg}{k} = 0,03 \text{ м.}$$

$$7.3.24. A = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}}.$$