

## МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### 7.1. Колебательное движение

**7.1.1.** Частота колебаний корабля  $\nu_1 = 0,05$  Гц, частота колебаний стометровых железнодорожных мостов  $\nu_2 = 2$  Гц, частота вибрации электродвигателя  $\nu_3 = 250$  Гц. Определите периоды этих колебаний.

**7.1.2.** Период колебаний крыльев пчелы  $T = 2,5$  мс, а шмель совершает  $n = 500$  взмахов в секунду. Какое из насекомых и на сколько большее количество взмахов сделает оно в полете за  $t = 1$  мин?

**7.1.3.** Крылья пчелы колеблются с частотой  $\nu = 300$  Гц, а комар совершает  $n = 600$  взмахов крыльями в одну секунду. Какое из насекомых и во сколько раз сделает в полете большее количество взмахов, пролетев одинаковые расстояния? Скорость пчелы  $\nu_1 = 6$  м/с, комара  $\nu_2 = 10$  м/с.

**7.1.4.** Небольшое тело с высоты  $h = 0,2$  м начинает скользить по наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$ . У основания наклонной плоскости оно упруго ударяется о преграду, и таким образом возникает периодическое движение (рис. 7.1.1). Определите период колебаний тела.

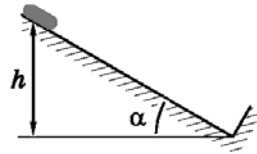


Рис. 7.1.1

**7.1.5.** Закон движения материальной точки имеет вид:  $x = A \sin \omega(t + \tau)$ , где  $A = 2$  см,  $\omega = 2,5\pi$  с<sup>-1</sup>,  $\tau = 0,4$  с. Определите период колебаний, начальную фазу и начальное смещение точки (в момент времени  $t_0 = 0$ ).

**7.1.6.** Материальная точка совершает гармонические колебания по закону синуса с начальной фазой  $\varphi = 0$ , амплитудой  $A = 0,4$  м и циклической частотой  $\omega_0 = 0,25\pi$ . Чему равно смещение точки из положения равновесия в момент времени  $\tau = 2$  с?

**7.1.7.** Материальная точка совершает гармонические колебания по закону синуса с начальной фазой  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , частотой  $\nu = 2$  Гц и амплитудой  $A = 3$  см. Запишите уравнение колебаний точки.

**7.1.8.** Материальная точка совершает гармонические колебания по закону косинуса с начальной фазой  $\alpha = -\pi$ , амплитудой  $A = 6$  см и циклической частотой  $\omega_0 = 3\pi$ . Чему равно смещение точки из положения равновесия в начальный момент времени? в момент времени  $t_1 = 1$  с?

**7.1.9.** Материальная точка совершает колебания по закону:  $x = 0,4 \cos \pi \left( 2t + \frac{1}{2} \right)$ . Постройте график зависимости координаты точки от времени.

**7.1.10.** Материальная точка совершает колебания по закону:  $x = 0,4 \sin \pi \left( 2t - \frac{1}{2} \right)$ . Найдите зависимость скорости точки от времени и скорость точки в момент времени  $t_1 = 2$  с.

**7.1.11.** Точка совершает колебания по закону  $x = A \sin (\omega t + \varphi)$ , где  $A = 4$  см. Определите начальную фазу  $\varphi$ , если:

- 1)  $x(0) = 2$  см и  $v(0) < 0$ ;
- 2)  $x(0) = 2\sqrt{3}$  см и  $v(0) > 0$ ;
- 3)  $x(0) = -2\sqrt{2}$  см и  $v(0) < 0$ ;
- 4)  $x(0) = -2\sqrt{3}$  см и  $v(0) > 0$ .

**7.1.12.** Точка совершает колебания с амплитудой  $A = 4$  см и периодом  $T = 2$  с. Напишите уравнение этих колебаний, считая, что в момент  $t = 0$  смещения  $x(0) = 0$  и  $v(0) < 0$ . Определите фазу  $(\omega t + \varphi)$  для двух моментов времени: а) когда смещение  $x = 1$  см и  $v = 0$ ; б) когда скорость  $v = -6$  см/с и  $x < 0$ .

**7.1.13.** Максимальная скорость  $v_{\max}$  точки, совершающей гармонические колебания по закону косинуса, равна 10 см/с, максимальное ускорение  $a_{\max} = 100$  см/с<sup>2</sup>. Найдите циклическую частоту  $\omega$  колебаний, их период  $T$  и амплитуду  $A$ . Напишите уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

**7.1.14.** Точка совершает колебания по закону  $x = A \sin \omega t$ . В некоторый момент времени смещение  $x_1$  точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение  $x_2$  стало равным 8 см. Найдите амплитуду  $A$  колебаний.

**7.1.15.** Колебания точки происходят по закону  $x = A \cos (\omega t + \varphi)$ . В некоторый момент времени смещение  $x$  точки равно 5 см, ее скорость  $v = 20$  см/с и ускорение  $a = -80$  см/с<sup>2</sup>. Найдите амплитуду  $A$ , циклическую частоту  $\omega$ , период  $T$  колебаний и фазу  $(\omega t + \varphi)$  в рассматриваемый момент времени.

**7.1.16.** Период колебаний материальной точки  $T = 2$  с, амплитуда колебаний  $A = 5$  см. Определите скорость точки в тот момент времени, когда ее смещение относительно положения равновесия  $x = 3$  см.

**7.1.17.** Во сколько раз время прохождения колеблющейся точкой первой половины амплитуды меньше, чем время прохождения второй половины? Начало колебаний считать в положении равновесия.

**7.1.18.** Частица колеблется вдоль оси  $Ox$  по закону  $x = 0,1 \sin (2\pi t)$ . Найдите среднюю путевую скорость частицы: а) за половину периода; б) за первую  $1/8$  часть периода; в) за вторую  $1/8$  часть периода.

**7.1.19.** Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом  $T = 6$  с. Диаметр  $d$  окружности равен 20 см. Напишите уравнение движения проекции точки на ось  $X$ , проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция на ось  $X$  равна нулю. Найдите смещение  $x$ , скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки в момент  $t = 1$  с.

**7.1.20.** Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях:  $x_1 = A_1 \sin \omega t$  и  $x_2 = A_2 \cos \omega t$ , где  $A_1 = 1$  см;  $A_2 = 2$  см;  $\omega = 1$  с<sup>-1</sup>. Определите амплитуду  $A$  результирующего колебания, его частоту  $\nu$  и начальную фазу  $\varphi$ . Найдите уравнение этого движения.

**7.1.21.** Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями:

- 1)  $x = A \cos \omega t$  и  $y = A \cos \omega t$ ;
- 2)  $x = A \cos \omega t$  и  $y = A_1 \cos \omega t$ ;
- 3)  $x = A \cos \omega t$  и  $y = A \cos (\omega t + \varphi_1)$ ;
- 4)  $x = A_2 \cos \omega t$  и  $y = A \cos (\omega t + \varphi_2)$ ;
- 5)  $x = A_1 \cos \omega t$  и  $y = A_1 \sin \omega t$ ;
- 6)  $x = A \cos \omega t$  и  $y = A_1 \sin \omega t$ ;
- 7)  $x = A_2 \sin \omega t$  и  $y = A_1 \sin \omega t$ .

Напишите для каждого случая уравнение траектории точки, постройте ее с соблюдением масштаба и укажите направление движения. Считать, что  $A = 2$  см,  $A_1 = 3$  см,  $A_2 = 1$  см;  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_2 = \pi$ .

**Ответы:**

**7.1.1.**  $T_1 = \frac{1}{\nu} = 20$  с;  $T_2 = 0,5$  с;  
 $T_3 = 4 \cdot 10^{-4}$  с.

**7.1.2.** Шмель сделает больше взмахов на  $\Delta N = t \left( n - \frac{1}{T} \right) = 6000$ .

**7.1.3.** Комар; в  $k = \frac{nv_1}{\nu v_2} = 1,2$  раза.

**7.1.4.**  $T = \frac{2}{\sin \alpha \sqrt{\frac{2H}{g}}} = 0,8$  с.

**7.1.5.**  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,8$  с;  $\varphi_0 = \pi$  рад;  $x_0 = 0$ .

**7.1.6.**  $x = 0,4 \sin (0,25\pi) = 28,3$  см.

**7.1.7.**  $x = A \sin (2\pi\nu t + \alpha) =$   
 $= 3 \sin \left( 4\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ , см.

**7.1.8.**  $x = A \cos (\omega_0 t + \varphi_0)$ ;  
 $x_0 = -6$  см;  $x_1 = 6$  см.

**7.1.10.**  $v = 2,5 \cos \pi \left( 2t - \frac{1}{2} \right)$ ;  $v_1 = 0$ .

**7.1.11.** 1)  $\frac{5\pi}{6}$  рад; 2)  $\frac{\pi}{3}$  рад;

3)  $\frac{5\pi}{4}$  рад; 4)  $\frac{5\pi}{3}$  рад.

**7.1.12.**  $x = 0,04 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ ;

а)  $\frac{5\pi}{3}$  рад; б)  $0,842\pi$  рад.

**7.1.13.**  $\omega = 10$  с<sup>-1</sup>;  $T = 0,628$  с;  $A =$   
 $= 1$  см;  $x = 0,01 \cos 10t$ .

**7.1.14.**  $A = \frac{2x_1^2}{\sqrt{4x_1^2 - x_2^2}} = 8,33$  см.

**7.1.15.**  $\omega = \sqrt{\frac{a}{x}} = 4$  с<sup>-1</sup>;  $T = \frac{2\pi}{\omega} =$   
 $= 1,57$  с;  $A = \frac{\sqrt{v^2 + \omega^2 x^2}}{\omega} = 7,07$  см;

$\omega t + \varphi = \arccos \frac{x}{A} = \frac{\pi}{4}$  рад.

**7.1.17.** В 2 раза.

**7.1.18.** а)  $v_{cp} = 0,4$  м/с; б)  $v_{cp} =$   
 $= -0,56$  м/с; в)  $v_{cp} = 0,23$  м/с.

**7.1.19.**  $x = \frac{d}{2} \sin \frac{2\pi t}{T} = 0,1 \sin \frac{\pi t}{3}$ ;  
 $x = 8,7$  см;  $v = 5,2$  см/с;  $a = 9,2$  см/с<sup>2</sup>.

**7.1.20.**  $A = 2,24$  см;  $\nu = 0,159$  Гц;  
 $\varphi = 0,353\pi$  рад;  $\omega = 1$  с<sup>-1</sup>;  $x = 2,24 \times$   
 $\times 10^{-2} \cos (t + 0,353\pi)$ .

**7.1.21.** 1)  $y = x$ ; 2)  $y = 1,5x$ ;

3)  $x^2 + y^2 = 4$ ; 4)  $y = -2x$ ; 5)  $x^2 + y^2 = 9$ ;

6)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ ; 7)  $y = 3x$ .