



Республиканская физическая олимпиада 2017 год. (III этап)

Теоретический тур

11 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



***Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!
Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими,
чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не
теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните,
оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные
здравые мысли.***

Задача 11-2 . Звуковые волны, эффект Доплера.

При движении относительно друг друга излучателя и приёмника волн наблюдается эффект изменения частоты волн, который получил название эффекта Доплера. Сущность данного эффекта представлена на рисунке 1.

1. Неподвижный источник излучает

звуковые волны частотой ν . Если источник звука движется по направлению к покоящемуся приёмнику с постоянной скоростью v , то приёмник регистрирует сигнал частотой ν' , если источник удаляется от покоящегося приёмника с постоянной скоростью v , то приёмник регистрирует сигнал частотой ν'' .



Рисунок 1.

Скорость звука в среде не зависит от скорости источника и приёмника звука. Среда однородная и неподвижная. Во всех пунктах данной задачи источник и приёмник звука считайте точечными, скорость звука в среде .

1.1. Укажите соотношение между частотами ν' и ν'' (больше, меньше).

1.2. Покажите, что

$$\nu' = \frac{c\nu}{c - v} \quad (1).$$

1.3. Покажите, что

$$\nu'' = \frac{c\nu}{c + v} \quad (2).$$

Указание. Если Вам не удалось вывести уравнения (1) и (2), то далее в случае необходимости Вы можете пользоваться ими в готовом виде.

2. Источник звука помещён внутри абсолютно упругого мяча (шара). Мяч находится на некоторой высоте h_0 над абсолютно упругой горизонтальной поверхностью, мячу сообщают скорость v_0 направленную вертикально вверх. На некотором расстоянии L от траектории движения мяча и на некоторой высоте h_n над поверхностью находится приёмник звука $h_0 > h_n$ (рис.2). Зависимость частоты звука от времени $\nu'(t)$, регистрируемого приёмником, показана на графике (рис.3). Частота звука, излучаемого неподвижным источником, $\nu = 500 \text{ Гц}$.

Сопротивление воздуха не учитывать. Запаздыванием звукового сигнала пренебречь.

Определите:

- 2.1. Максимальную высоту подъёма мяча H ,
- 2.2. Начальную скорость мяча v_0 ,
- 2.3. Высоту h_0 ,
- 2.4. Высоту h_n приёмника над поверхностью,
- 2.5. Расстояние L от приёмника до траектории движения мяча.

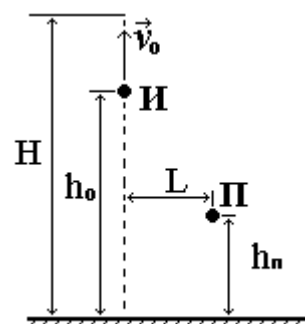


Рисунок 2.

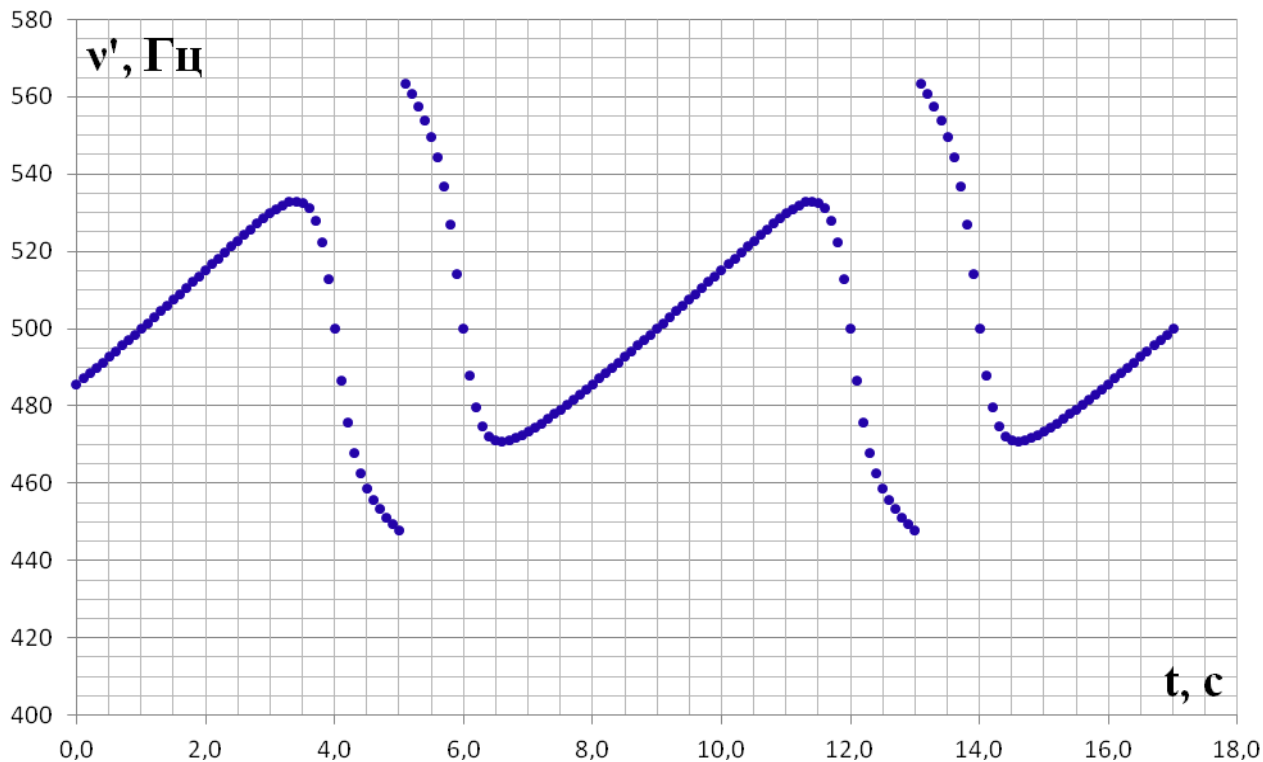


Рисунок 3.

3. Движение источника звука по окружности (запаздыванием звукового сигнала пренебречь).

3.1. Источник звука движется по окружности радиуса r со скоростью v . Приемник звука находится на расстоянии $R = 2r$ от центра окружности, по которой движется источник. Сделайте рисунок и укажите следующие точки на окружности: А – точка, в которой должен находиться источник, когда приёмник будет регистрировать сигналы наименьшей частоты; В – точка, в которой должен находиться источник, когда приёмник будет регистрировать сигналы наибольшей частоты; С и D – точки, в которой должен находиться источник, когда приёмник будет регистрировать сигналы с частотой, равной частоте излучения неподвижного источника.

3.2. Источник звука движется по окружности радиуса r со скоростью $v = 0,3c$. Период обращения источника звука T . Приемник звука находится на расстоянии $R \gg r$ от центра окружности, по которой движется источник. Постройте график зависимости частоты звука от времени $\nu(t)$, регистрируемого приёмником, за промежуток времени равному двум периодам обращения источника звука по окружности. За начало отсчёта времени возьмите момент, когда расстояние между источником и приёмником было наименьшим. График постройте в

относительных координатах $\left(\frac{\nu}{\nu_0}; \frac{t}{T}\right)$. Подсказка: для построения графика уравнение зависимости $\nu(t)$ получать необязательно.

Задача 11-2.

Решение

1.1. Проанализировав уравнения (1) и (2) (или обратив внимание на рисунок 1) приходим к выводу, что $v' > v''$.

1.2. За 1 период колебания звук распространяется на расстояние равное длине волны. За это же время источник сместится на расстояние равное vT . Следовательно волна «сожмется» и ее длина волны станет равной

$$\lambda' = \lambda - vT$$

Учитывая, что $T = \frac{\lambda}{c}$, получим

$$\lambda' = \lambda - vT = \lambda - \lambda \frac{v}{c} \quad (2)$$

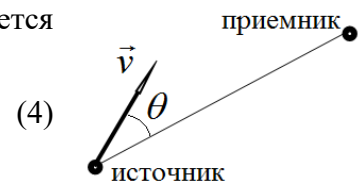
Для частоты справедливо соотношение

$$v' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda \left(1 - \frac{v}{c}\right)} = v \frac{c}{c - v}. \quad (3)$$

Аналогичные рассуждения приводят к формуле (2) условия задачи.

Для дальнейшего существенно, что изменение частоты определяется проекцией скорости на прямую, соединяющую источник и приемник

$$v' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda \left(1 - \frac{v}{c}\right)} = v \frac{c}{c - v \cos \theta}.$$



2.1. Разрывы графика соответствуют моментам удара мяча о поверхность. Из графика находим, что временной интервал между двумя последовательными ударами мяча о поверхность составляет 8,0с. Следовательно, промежуток времени движения мяча с максимальной высоты до поверхности составит $\Delta t_1 = 4,0с$. Следовательно

$$H = \frac{g \Delta t_1^2}{2} = 80\text{м} \quad (25).$$

2.2. Частота регистрируемая приёмником $v' = v = 500\text{Гц}$ в те моменты, когда мяч находится на максимальной высоте, или когда мяч находится на одном и том же горизонтальном уровне с приёмником. Так как мяч брошен вертикально вверх и $h_0 > h_n$, то первое значение $v' = 500\text{Гц}$ зафиксировано приёмником, когда мяч находится на максимальной высоте. По графику находим, что промежуток времени между началом движения и подъёмом мяча на максимальную высоту равен $\Delta t_2 = 1,0с$. Следовательно, начальная скорость мяча

2.3. Начальную высоту h_0 найдём из уравнения

$$H = h_0 + v_0 \Delta t_2 - \frac{g \Delta t_2^2}{2} \quad (27).$$

$$h_0 = H - v_0 \Delta t_2 + \frac{g \Delta t_2^2}{2} = 75\text{м} \quad (28).$$

2.4. Приёмник регистрирует $\nu = 500\text{Гц}$ второй раз в момент времени 4,0с. В этот момент мяч движется вертикально вниз и находится на одном горизонтальном уровне с приёмником. Временной интервал движения мяча с максимальной высоты до горизонтального уровня приёмника составляет $\Delta t_3 = 3,0\text{с}$. Следовательно, высота приёмника над упругой поверхностью:

$$h_{\text{п}} = H - \frac{g\Delta t_3^2}{2} = 35\text{м} \quad (29).$$

2.5. Определим скорость v_2 мяча непосредственно перед ударом его о поверхность. Так как время движения мяча с максимальной высоты до поверхности составляет 4,0с, то его скорость перед ударом

Запишем уравнение (15) для частоты принимаемого сигнала, непосредственно перед ударом мяча о поверхность. В данном случае

$$\nu = \nu_2 \cos \alpha \quad (30).$$

Получим

$$\nu' = \frac{c\nu}{c + v_2 \cos \alpha} \quad (31).$$

Выразим из (31) $\cos \alpha$. Получим:

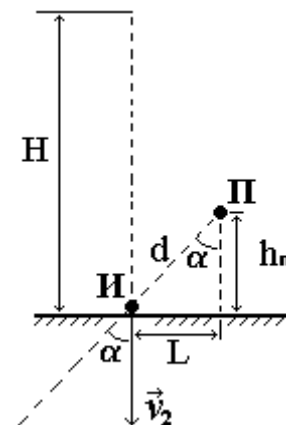


Рисунок 5.

$\nu' = 448\text{Гц}$ - определено по графику (рис.3)

Из прямоугольного треугольника (рис.5)

$$d = \frac{h_{\text{п}}}{\cos \alpha} = \frac{35\text{м}}{0,958} = 36,5\text{м} \quad (33)$$

$$L = \sqrt{d^2 - h_{\text{п}}^2} = \sqrt{(36,5\text{м})^2 - (35\text{м})^2} = 10,4\text{м} = 10\text{м} \quad (34).$$

3.1. Данные точки показаны на рисунке 6.

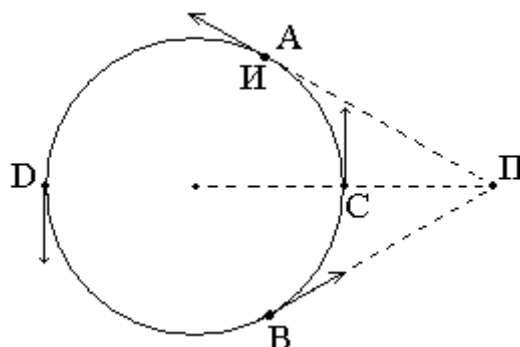


Рисунок 6.

3.2. Рассмотрим некоторое положение М источника на окружности. Так как $R \gg r$, то прямые ОП и МП можно считать параллельными, а следовательно

$$\angle \beta_1 = \angle \beta_2 \quad (\text{рис.7}).$$

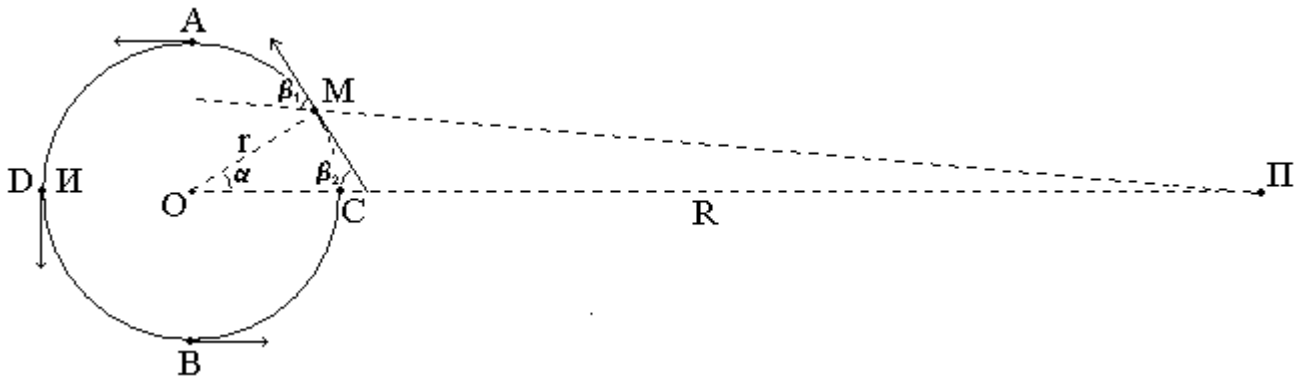


Рисунок 7.

Для точки М

$$v' = \frac{cv}{c + v \cos \beta_2} \quad (35)$$

Составим таблицу значений для положений источника на окружности через угловой интервал 30° .

	$\frac{t}{T}$	$\cos \beta$	$\frac{v'}{v}$	
0	0,00	0	1,00	$\frac{c}{c + v \cos \beta}$
1/12	0,08	0,50	0,87	
2/12	0,17	0,87	0,79	
3/12	0,25	1,00	0,77	
4/12	0,33	0,87	0,79	
5/12	0,42	0,50	0,87	
6/12	0,50	0	1,00	$\frac{c}{c - v \cos \beta}$
7/12	0,58	0,50	1,18	
8/12	0,67	0,87	1,36	
9/12	0,75	1,00	1,43	
10/12	0,83	0,87	1,36	
11/12	0,92	0,50	1,18	
1	1,00	0	1,00	$\frac{c}{c + v \cos \beta}$
13/12	1,08	0,50	0,87	
14/12	1,17	0,87	0,79	
15/12	1,25	1,00	0,77	
16/12	1,33	0,87	0,79	
17/12	1,42	0,50	0,87	
18/12	1,50	0	1,00	$\frac{c}{c - v \cos \beta}$
19/12	1,58	0,50	1,18	
20/12	1,67	0,87	1,36	
21/12	1,75	1,00	1,43	
22/12	1,83	0,87	1,36	
23/12	1,92	0,50	1,18	
2	2,00	0	1,00	

График $v'(t)$ в относительных координатах представлен на рисунке 8.

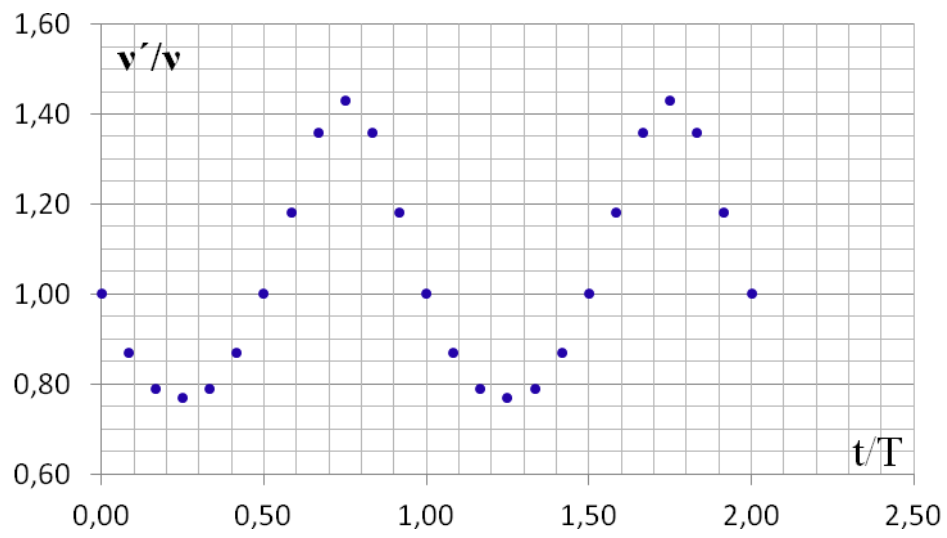


Рисунок 8.