

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа  
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования

Р.С. Сидоренко

«\_\_\_» декабря 2016 г.



## Республиканская физическая олимпиада 2017 год (III этап)

### Экспериментальный тур

#### 9 класс.

1. Полный комплект состоит из двух заданий, на выполнение каждого отводится два с половиной часа. Сдавать работу следует после выполнения обоих заданий. Задания могут быть не равноценными, поэтому ознакомьтесь с условиями обеих задач.

2. Ознакомьтесь с перечнем оборудования – проверьте его наличие и работоспособность. **При отсутствии оборудования или сомнения в его работоспособности немедленно обращайтесь к представителям оргкомитета.**

3. При оформлении работы каждую задачу и каждую ее часть начните с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика – вторая для черновика.

4. Все графики рекомендуем строить на листе миллиметровой бумаги, выданном для выполнения каждого задания. Обязательно пронумеруйте и подпишите все построенные графики. Листы миллиметровой бумаги вложите в свою тетрадь.

5. Подписывать тетради, отдельные страницы и графики запрещается.

6. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

7. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



**Желаем успехов в выполнении данных заданий!**

## Задание 1. Взвешивание ... площади!

Есть много замечательных геометрических фигур! Изучение их свойств требует хорошего знания математических методов, например, интегрирования, дифференцирования и т.д. Но некоторые геометрические характеристики можно изучать физическими методами.

В данной работе вам с помощью законов физики предстоит изучить свойства эллипсов.

По определению: эллипс есть геометрическое место точек, для которых сумма расстояний ( $r_1 + r_2$ ) до двух фиксированных точек  $F_1, F_2$  (фокусов эллипса) постоянна.

В декартовой системе координат уравнение эллипса имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Параметры  $a$  и  $b$  называются полуосями эллипса. При  $a = b$  эллипс превращается в окружность.

Это уравнение Вам может понадобиться только в том случае, если вместо измерений Вы захотите немного «поинтегрировать» (не оценивается).

Приборы и оборудование: лист картона, две канцелярских кнопки, ножницы, штатив, нить, две гайки.

### Часть 1. Инженерная

Вам необходимо самостоятельно подготовить семейство полуэллипсов из выданного вам листа картона.

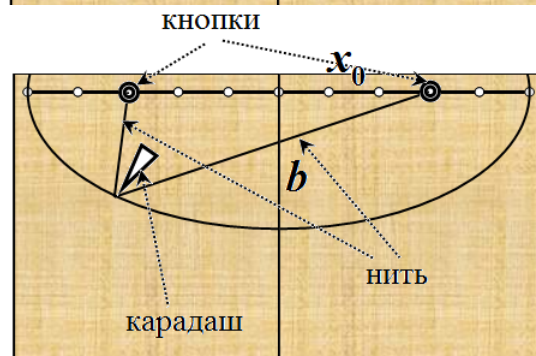
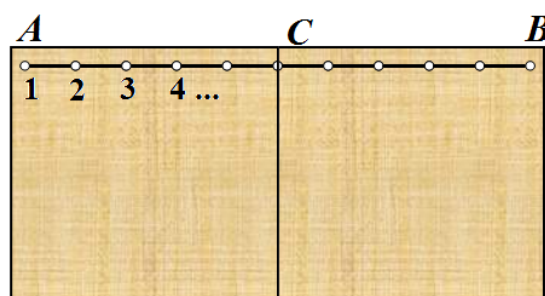
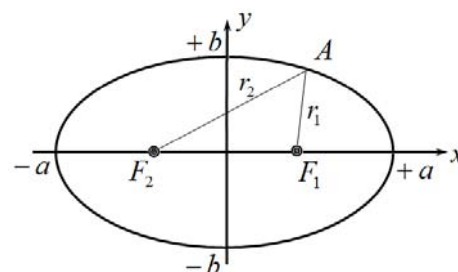
*Прежде чем начать его кроить – продумайте последовательность ваших действий!*

Разметка.

Вдоль длинной стороны листа вблизи его края проведите прямую линию  $AB$ , через ее середину проведите к ней перпендикуляр  $CD$ . На равных расстояниях (примерно 1 см) симметрично относительно центра проделайте кнопкой ряд небольших отверстий 1,2,3,4.....

К остриям кнопок привяжите кусок нити. Ее длина должна быть в точности равна расстоянию между крайними отверстиями на прямой  $AB$ . Вставьте кнопки симметрично в отверстия. Натяните нить острием карандаша (или ручки) и, все время удерживая нить натянутой проведите линию на листе картона. Если Вы ничего не напутали. То получившаяся линия и будет половиной эллипса.

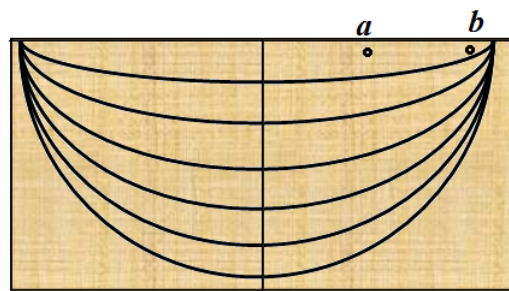
Постройте таким способом несколько (6-7) различных эллипсов. Для каждого из них измерьте величину полуоси  $b$  (полуось  $a$  при этом остается неизменной).



- 1.1 Постройте график зависимости длина полуоси  $b$  от положения кнопки  $x_0$  (расстояния от центра до фокуса эллипса)  
 1.2 Предложите теоретическую формулу для полученной зависимости.

В результате построений ваш лист картона должен выглядеть приблизительно так, как показано на следующем рисунке.

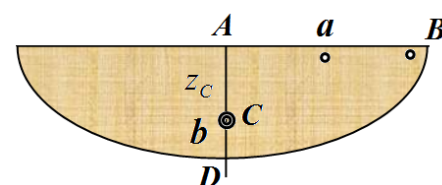
Проделайте в нем два отверстия  $a, b$ . За отверстие  $a$  вы будете подвешивать вырезанные эллипсы, а к отверстию  $b$  подвешивать дополнительный груз.



**Далее последовательно вырежьте из картона исследуемые эллипсы, подумайте в каком порядке проводить измерения!**

### Часть 2 Измерительная.

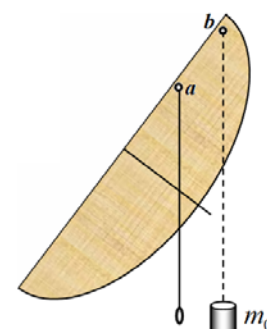
Вам необходимо исследовать зависимость положения центра масс полуэллипса  $C$  (расстояния от  $z_c = |AC|$  от центра эллипса до центра масс полуэллипса) его площади от величины полуоси  $b$ .



Для проведения таких измерений Вам предлагается следующая методика.

Подвесьте вырезанную фигуру на иголке, закрепленной в штативе, через отверстие  $a$ . К иголке привяжите отвес. Затем подвесьте груз (гайку) на нити, проходящей через отверстие  $b$ .

Этих двух экспериментов достаточно, чтобы определить положение центра масс полуэллипса и отношения его массы к массе груза  $m/m_0$ .



- 2.1 Укажите какие величины Вам необходимо измерить, чтобы получить значения расстояния  $z_c$  и отношения масс  $m/m_0$ . Приведите формулы по которым Вы будете находить эти величины.  
 2.2 Проведите необходимые измерения для определения величин  $z_c$  и  $m/m_0$  для всех вырезанных Вами полуэллипсов.  
 2.3 Постройте график зависимости  $z_c$  от величины полуоси  $b$ . Предложите формулу, описывающую полученную зависимость, найдите ее параметры.  
 2.4 На основании полученных вами экспериментальных данных найдите отношение  $\frac{z_c}{R}$  Для полукруга радиуса  $R$  (даже в том случае, когда среди ваших фигур полукруга нет).  
 2.5 Постройте график зависимости отношения масс  $m/m_0$  от длины полуоси  $b$ .  
 2.6 На основании полученных экспериментальных данных предложите точную формулу для площади эллипса.

## Задание 2. ВАХ – какие графики!

**Приборы и оборудование:** источник питания 4,5 В, мультиметр, реостат 6 Ом, лампочка от новогодней гирлянды, ключ, резистор с неизвестным сопротивлением, резистор 1,0 Ом соединительные провода.

**Предупреждение!** Если в качестве источника Вы используете батарейку, то помните, что она разряжается, особенно при больших силах тока. Поэтому подключайте цепь к источнику только во время проведения измерений, для этого вам выдан электрический ключ!

*Вам необходимо провести измерения в максимально возможном диапазоне напряжений. Мультиметр хорошо работает только в режиме измерения напряжения. Используйте резистор известного сопротивления для измерения силы тока в цепи.*

*Не забудьте нарисовать электрические схемы, использованные вами при проведении измерений и использованные Вами расчетные формулы.*

**1.1** Исследуйте зависимость силы тока резистор неизвестного сопротивления от напряжения на нем. Постройте вольтамперную характеристику резистора (зависимость силы тока через резистор от напряжения на нем). Определите сопротивление резистора, оцените погрешность измеренного значения.

**1.2** Исследуйте зависимость силы тока через лампочку от напряжения на ней. Постройте вольтамперную характеристику лампочки. Объясните качественно вид полученной зависимости. *Достаточно двух предложений.*

**1.4** Используя результаты, полученные в п. 1.1 и 1.2 постройте график зависимости силы тока от напряжения для параллельно соединенных резистора и лампочки. Исследуйте экспериментально и постройте экспериментальный график вольтамперной характеристики этой пары. Сравните результаты теоретических расчетов и ваших измерений.

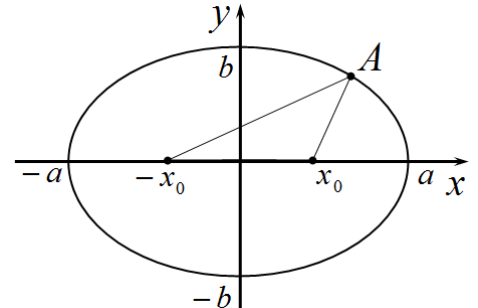
**1.5** Используя результаты, полученные в п. 1.1 и 1.2 постройте график зависимости силы тока от напряжения для последовательно соединенных резистора и лампочки. Исследуйте экспериментально и постройте экспериментальный график вольтамперной характеристики этой пары. Сравните результаты теоретических расчетов и ваших измерений.

### Задание 9-1. Взвешивание ... площади!

#### Часть 1. Инженерная

Рассмотрим предложенную процедуру построения эллипса с помощью двух кнопок и нити постоянной длины. Необходимая длина нити есть сумма расстояний от произвольной точки эллипса  $A$  до фокусов. Эту длину легко найти, если рассмотреть крайнее положение карандаша (т.е. точки  $A$ ) на оси  $Ox$ . В этом случае длина нити должна быть равной

$$L = (a - x_0) + (a + x_0) = 2a. \quad (1)$$



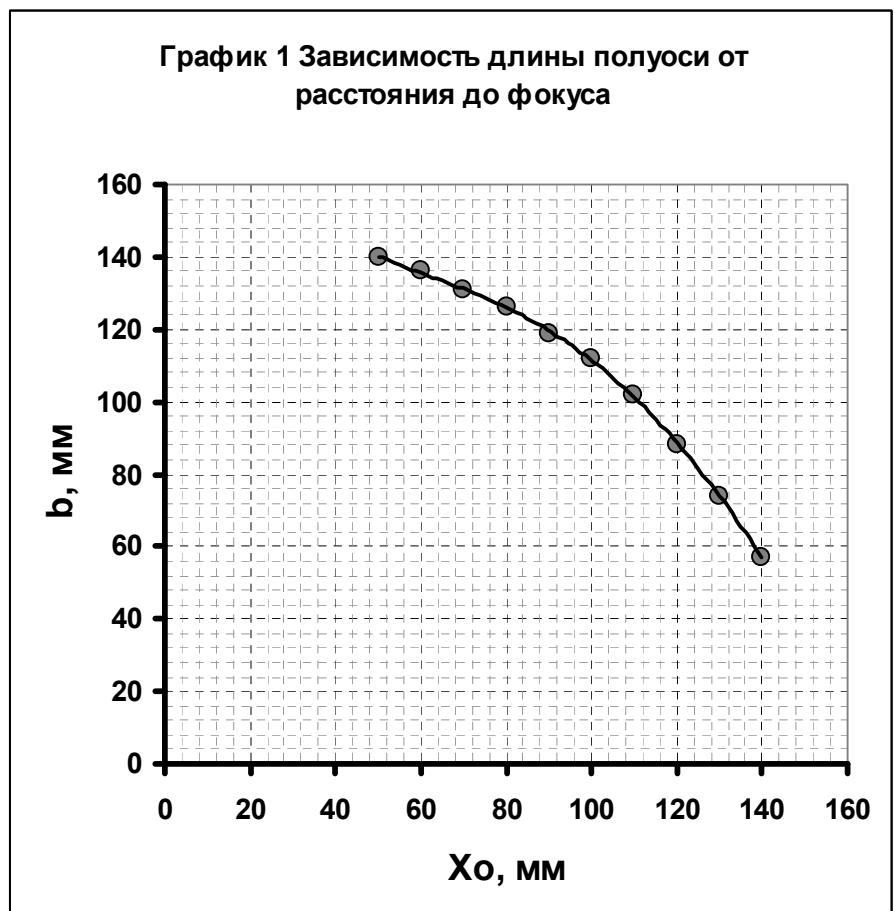
Важно отметить, что эта длина не зависит положения фокусов (величины  $x_0$ ), поэтому для всех фокусов используется нить одной и той же длины.

Отметим, что для наших измерений использовались эллипсы с большой полуосью, равной  $a = 150\text{мм}$ .

1.1 Результаты измерений зависимости малой полуоси эллипса  $b$  от расстояния  $x_0$  приведены в таблице 1 и на графике 1.

**Таблица 1.**

$x_0$ , мм	$b$ , мм
140	57
130	74
120	88
110	102
100	112
90	119
80	126
70	131
60	136
50	140



1.2 Теоретическую формулу для полученной зависимости можно получить, рассмотрев положение карандаша на оси  $Oy$ .

Из теоремы Пифагора непосредственно следует, что

$$b = \sqrt{a^2 - x_0^2}. \quad (2)$$

Наиболее наглядным доказательством справедливости этой формулы служит график линеаризованной зависимости  $b^2(x^2)$ , который показан на следующем рисунке.

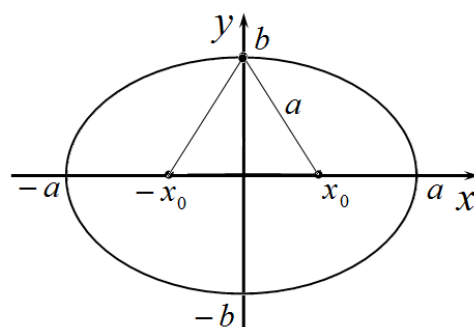


График 2. Проверка формулы (2)

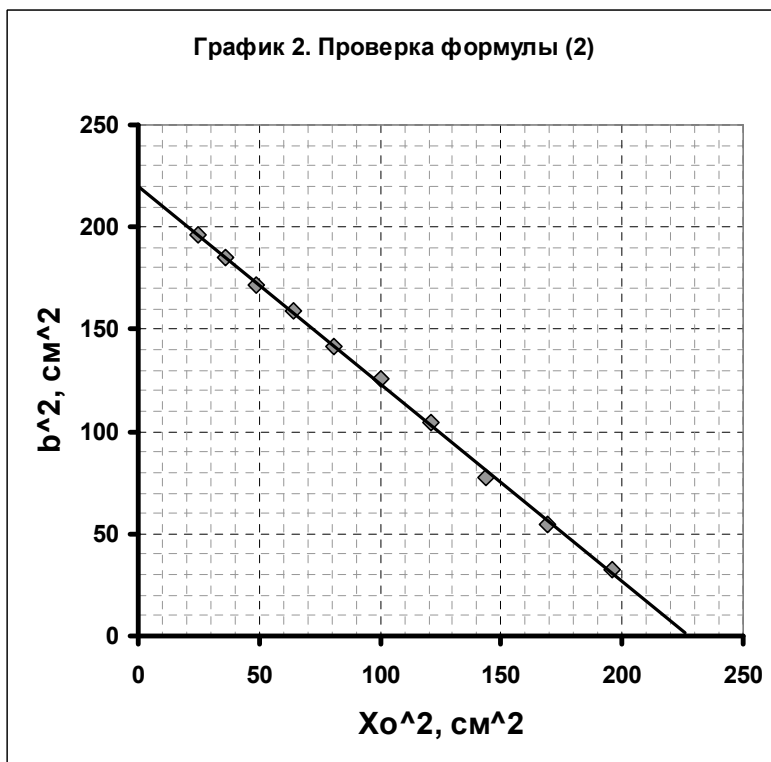
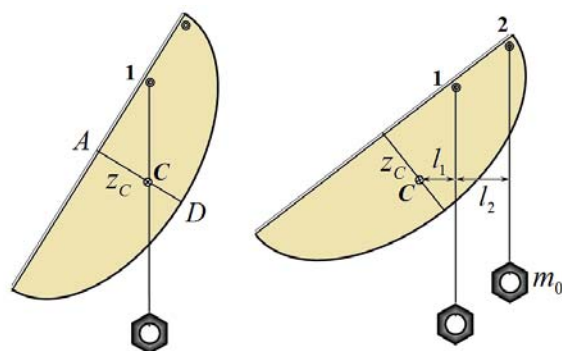


График этой зависимости представляет собой прямую линию с коэффициентом наклона, равным  $-1$  и отсекающую на осях равные отрезки примерно равные  $15^2 = 225\text{см}^2$ .

Этот график экспериментально доказывает теорему Пифагора.

## Часть 2 Измерительная.

2.1 Для проведения необходимых измерений следует воспользоваться следующей последовательностью действий. Подвесить вырезанную фигуру на игле, проходящую через отверстие 1. На иглу подвесить отвес. Нить отвеса проходит через центр масс, который также находится на оси симметрии фигуры  $AD$ . Точка их пересечения  $C$  и является центром масс. Не сложно измерить и расстояние  $z_C$  от  $C$  центра полуэллипса. После этого в отверстие 2 следует подвесить нить с грузом (гайкой). Далее следует измерить расстояния  $l_1$  и  $l_2$ . Тогда по правилу рычага отношения масс вырезанной фигуры  $m$  и гайки  $m_0$  будет равно отношению плеч



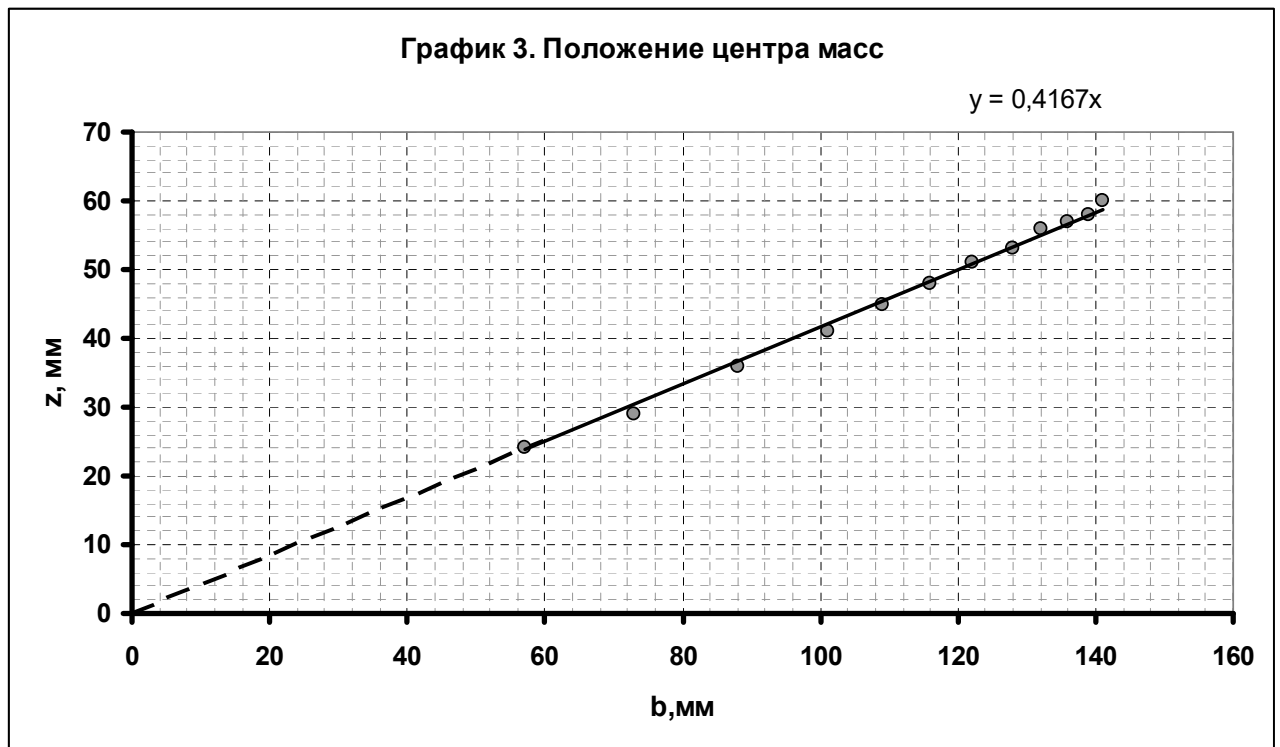
$$\frac{m}{m_0} = \frac{l_2}{l_1}. \quad (3)$$

2.2 Результаты необходимых измерений приведены в таблице 2.

Таблица 2.

$x_0$ , мм	$b$ , мм	$z_0$ , мм	$l_2$ , мм	$l_1$ , мм	$m/m_0$
20	141	60	55	7	7,86
30	139	58	48	8	6,00
40	136	57	46	8	5,75
50	132	56	47	8	5,88
60	128	53	48	9	5,33
70	122	51	45	9	5,00
80	116	48	45	10	4,50
90	109	45	43	10	4,30
100	101	41	41	11	3,73
110	88	36	38	11	3,45
120	73	29	38	12	3,17
130	57	24	34	12	2,83

2.3 На графике 3 показана зависимость координаты центра масс вырезанной фигуры  $z_c$  от длины полуоси эллипса  $b$ .



Из графика следует, что координата центра масс  $z_c$  прямо пропорциональная длине полуоси  $b$ :

$$z_c = Ab \quad (4)$$

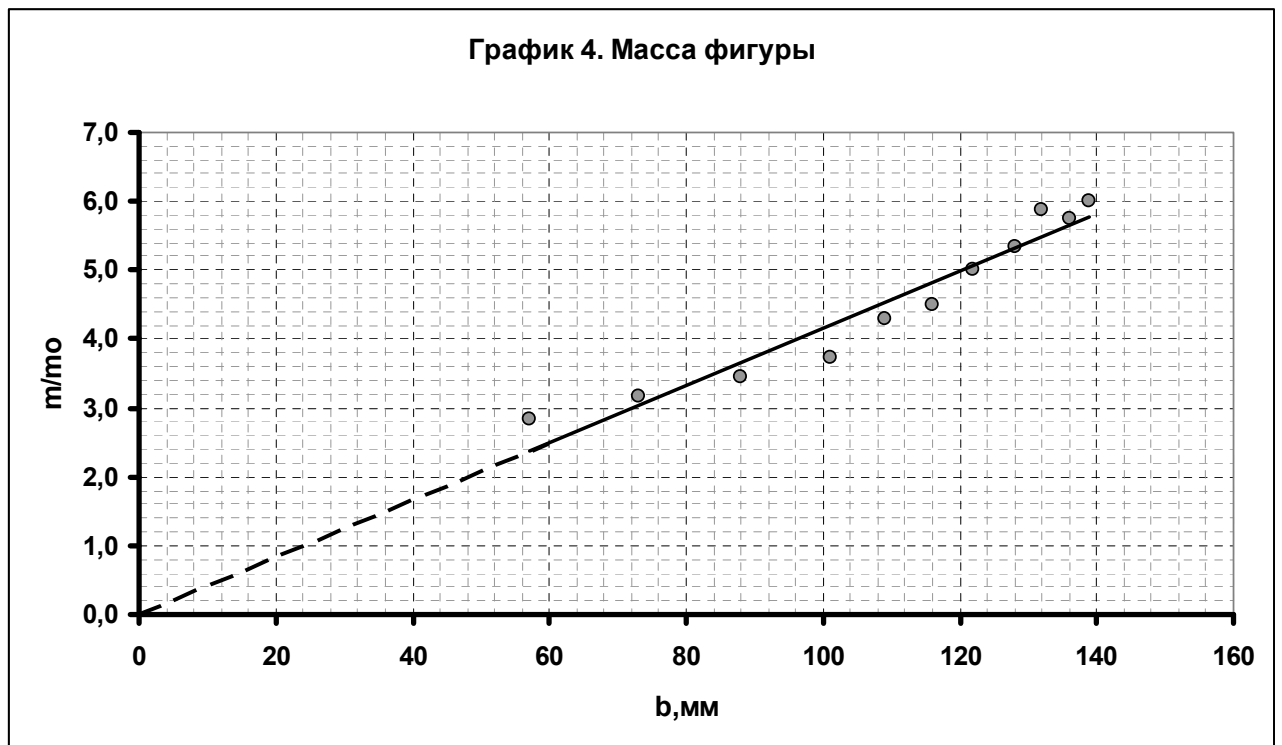
где коэффициент пропорциональности, найденный по наклону графика примерно равен  $A \approx 0,42$ .

Отметим, что теоретическое значение этого коэффициента  $A = \frac{4}{3\pi} \approx 0,424$ , что очень близко к измеренному значению.

- 2.4 На основании полученных вами экспериментальных данных найдите отношение  $\frac{z_C}{R}$  Для полукруга радиуса  $R$  (даже в том случае, когда среди ваших фигур полукруга нет).
- 2.5 Постройте график зависимости отношения масс  $m/m_0$  от длины полуоси  $b$ .
- 2.6 На основании полученных экспериментальных данных предложите точную формулу для площади эллипса.

2.4 Полукруг является частным случаем полуэллипса, поэтому отношение  $\frac{z_C}{R}$  для полукруга (когда  $b = R$ ) равно значению коэффициента  $A$ .

2.5 График зависимости отношения масс  $m/m_0$  от длины полуоси  $b$  показан на следующем рисунке.



Этот график показывает, что масса полуэллипса пропорциональна длине полуоси  $b$ . Так как масса пропорциональна площади фигуры, то и площадь эллипса пропорциональна величине  $b$ , т.е.

$$S = Bb. \quad (5)$$

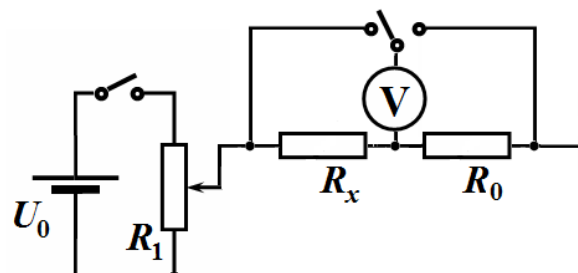
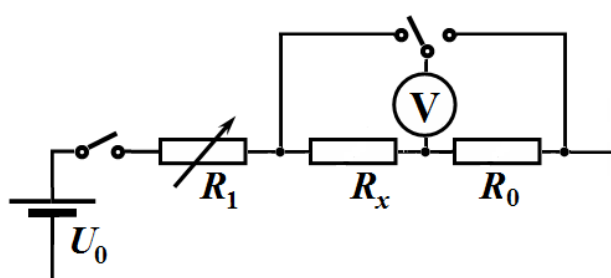
Коэффициент пропорциональности можно найти, зная формулу для площади круга  $S = \pi R^2$ . Как уже отмечалось, круг является частным случаем эллипса, когда его полуоси равны  $a = b = R$  и совпадают с радиусом круга. Сравнивая формулы для площадей эллипса и круга приходим к выводу, что площадь эллипса рассчитывается по формуле

$$S = \pi ab. \quad (6)$$



## Задание 9-2. ВАХ – какие графики!

Для проведения измерений в максимально возможном диапазоне напряжений следует использовать две традиционные схемы подключения реостата: по схеме потенциометра и по схеме переменного последовательного резистора.

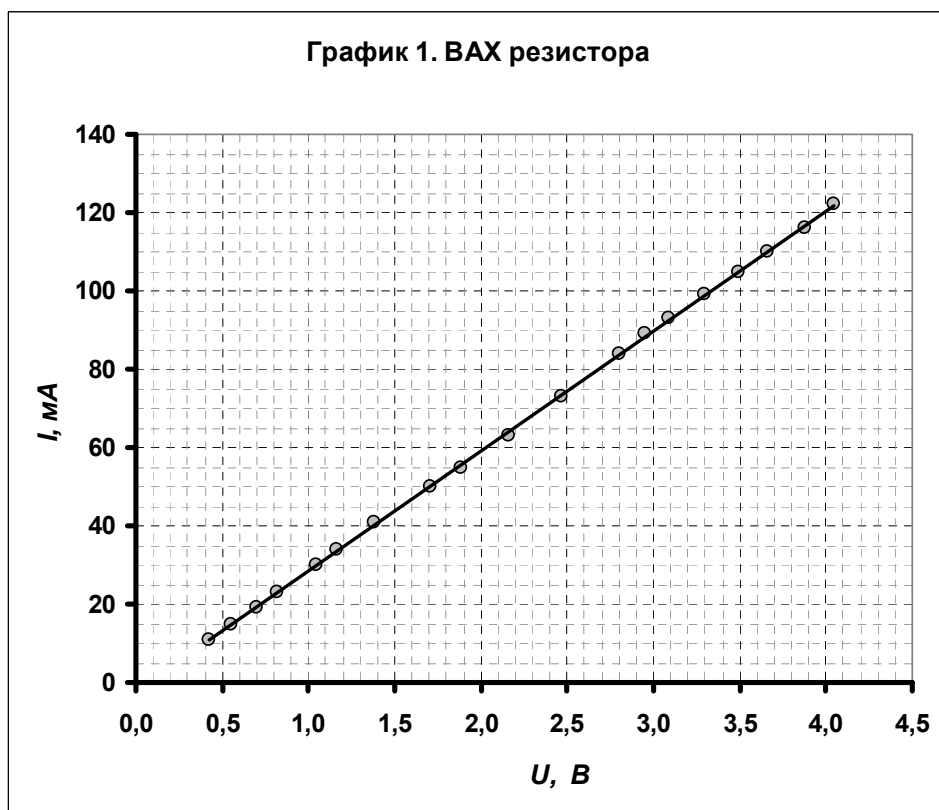


Для измерения силы тока измеряется напряжение на резисторе с известным сопротивлением  $R_0$ . Все приведенные ниже результаты получены при использовании обеих схем.

1.1 Результаты измерений зависимости силы тока через резистор от приложенного напряжения приведены в Таблице 1 и на графике 1.

Таблица 1.

$U, В$	$I, mA$
4,05	122
3,88	116
3,66	110
3,49	105
3,30	99
3,09	93
2,95	89
2,80	84
2,47	73
2,16	63
1,88	55
1,71	50
1,38	41
1,16	34
1,05	30
0,82	23
0,70	19
0,55	15
0,42	11



Как следует из полученной зависимости сопротивление резистора в данном диапазоне напряжений и сил токов является постоянным. Коэффициент наклона приведенной зависимости равен<sup>1</sup>  $K = (30,6 \pm 0,2) \frac{mA}{B}$ . Следовательно, сопротивление резистора равно

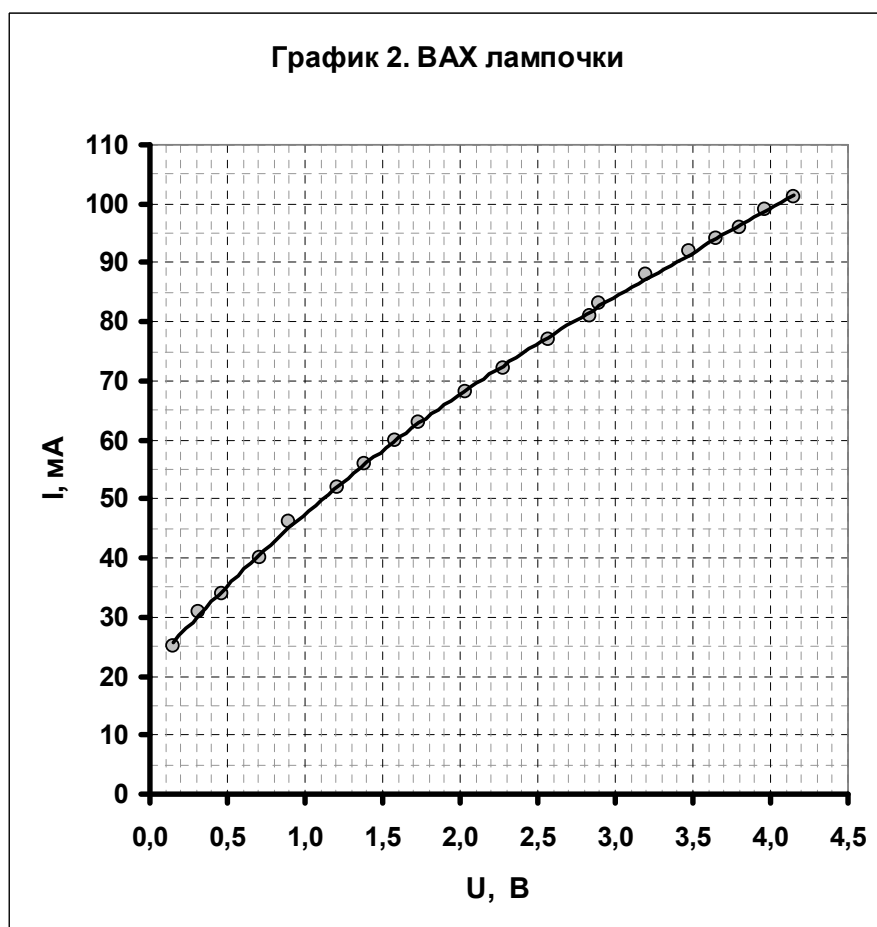
$$R = (32,7 \pm 0,2) \text{ Ом}. \quad (1)$$

<sup>1</sup> Погрешность рассчитана по МНК, хотя применим и графический метод.

1.2 Результаты измерений зависимости силы тока через лампочку от приложенного напряжения приведены в таблице 2 и на графике 2.

Таблица 2.

$U, В$	$I, мА$
4,15	101
3,97	99
3,80	96
3,65	94
3,48	92
3,20	88
2,89	83
2,84	81
2,57	77
2,28	72
2,03	68
1,73	63
1,58	60
1,38	56
1,21	52
0,90	46
0,71	40
0,46	34
0,31	31
0,15	25

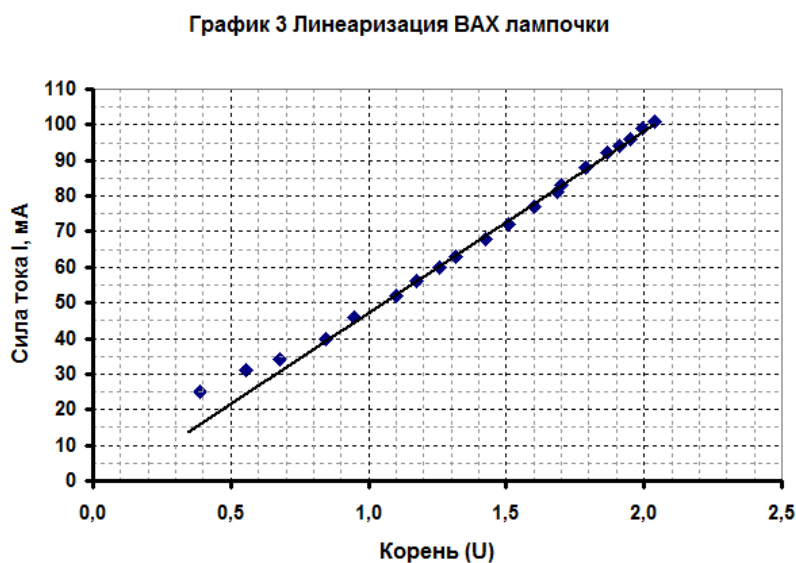


Полученная зависимость является нелинейной. Объяснение нелинейности очевидно: при увеличении силы тока нить накала разогревается, поэтому ее сопротивление возрастает. Вследствие чего, сила тока нарастает медленнее.

*Интересно, что полученная зависимость может быть линеаризована (по условию задачи этого не требуется). На графике 3 показана зависимость силы тока от корня из напряжения  $I(\sqrt{U})$ , которая в диапазоне напряжений от 1 до 4 В может быть приближенно описана линейной функцией*

$$I(мА) \approx 51,2\sqrt{U(В)} - 4,0. \quad (2)$$

*Эта приближенная зависимость может быть также использована в решении последующих пунктов задания.*



1.3 При параллельном соединении напряжения на резисторе и лампочке одинаковы, а суммарная сила тока  $I_0$  равна сумме сил токов через резистор  $I_R$  и лампочку  $I_L$

$$I_0 = I_R + I_L. \quad (2)$$

Зависимость силы тока через резистор от напряжения описывается законом Ома

$$I_R = \frac{U}{R}.$$

(3)

Зависимость  $I_L(U)$  аналитически не описана (если, конечно, не принимать во внимание приближенную формулу (2)). Поэтому необходимо использовать экспериментальные данные. Один из возможных вариантов расчета – воспользоваться таблицей 2 и для каждого значения напряжения рассчитать значение силы тока через резистор по формуле (3), после чего провести сложение сил токов. Результаты расчетов приведены в таблице 3. Там же приведены результаты измерений зависимости силы тока от напряжения при параллельном соединении.

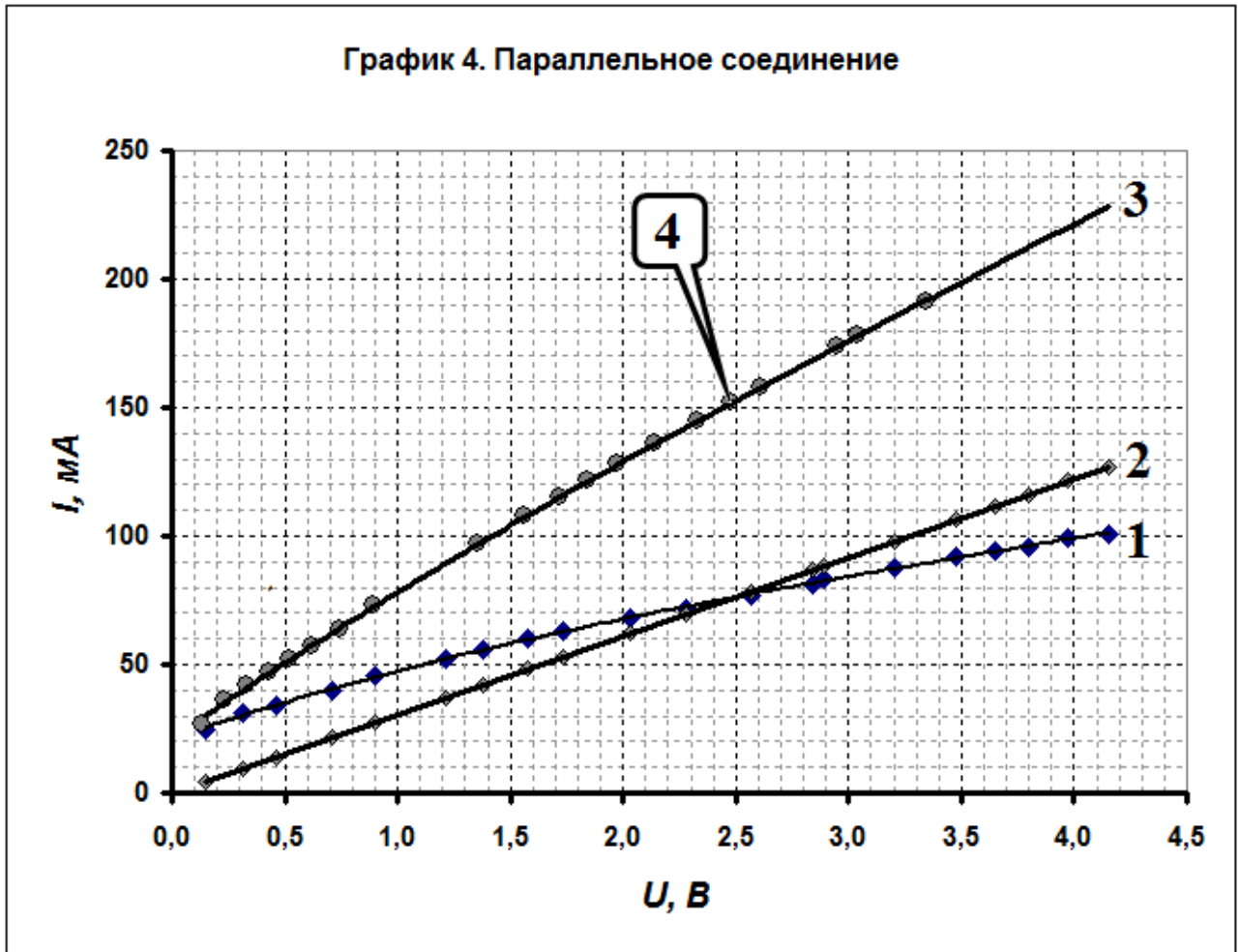
Результаты расчетов и измерений приведены в таблице 3.

**Таблица 3. Параллельное соединение.**

Измерения		Расчеты		ВАХ параллельное соединение	
ВАХ лампочки		$I_R, \text{ мА}$	$I_0, \text{ мА}$	ВАХ параллельное соединение	
$U, \text{ В}$	$I, \text{ мА}$			$U, \text{ В}$	$I, \text{ мА}$
4,15	101	127	228	3,34	191
3,97	99	121	220	3,04	178
3,80	96	116	212	2,95	174
3,65	94	112	206	2,61	158
3,48	92	106	198	2,48	152
3,20	88	98	186	2,33	145
2,89	83	88	171	2,14	136
2,84	81	87	168	1,97	128
2,57	77	79	156	1,84	122
2,28	72	70	142	1,72	115
2,03	68	62	130	1,56	108
1,73	63	53	116	1,35	97
1,58	60	48	108	0,89	73
1,38	56	42	98	0,74	64
1,21	52	37	89	0,62	57
0,90	46	28	74	0,52	52
0,71	40	22	62	0,43	47
0,46	34	14	48	0,33	42
0,31	31	9	40	0,23	36
0,15	25	5	30	0,13	27

На графике 4 приведены графики всех этих зависимостей: 1 – ВАХ лампочки; 2- ВАХ резистора; 3 – рассчитанная зависимость силы тока от напряжения при параллельном соединении; 4 (кружки) – результаты измерений. Как видно из графика – получено прекрасное соотношение между результатами расчетов и измерений.

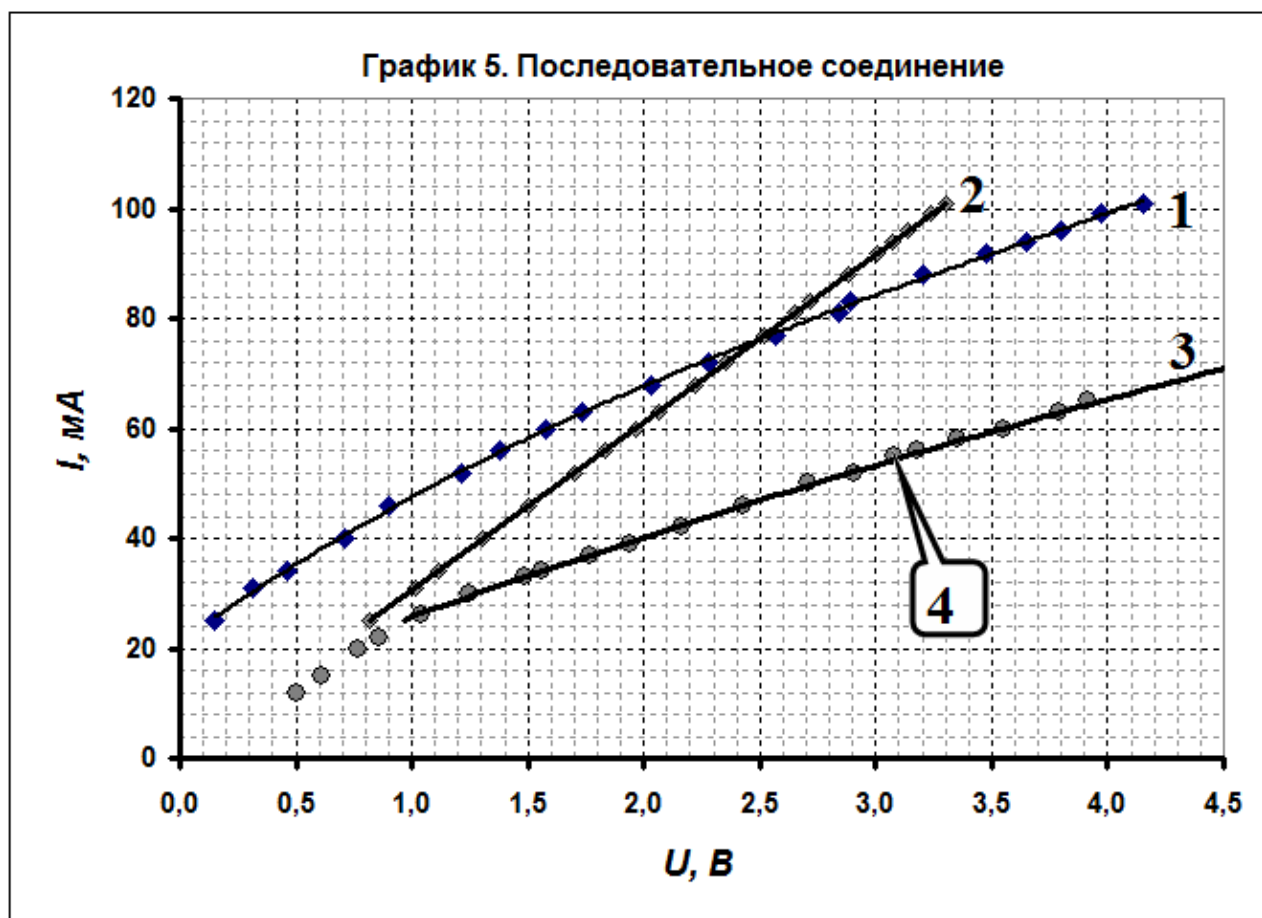
График 4. Параллельное соединение



1.4 При последовательном соединении силы токов через резистор и лампочку одинаковы, а суммарное напряжение равно сумме напряжений на резисторе и лампочке. Для расчета зависимости силы тока от напряжения можно применить методику, аналогичную, использованной в предыдущем пункте. Экспериментальную ВАХ лампочки дополнить расчетом напряжения на резисторе  $U_R = IR$  и просуммировать значения напряжений при каждом значении силы тока  $U_0 = U_R + U_D$ . Результаты расчетов приведены в таблице 4.

Таблица 4. Последовательное соединение.

Измерения		Расчеты		ВАХ последовательное соединение	
ВАХ лампочки		$U_R, В$	$U_0, В$	$U, В$	$I, мА$
$U, В$	$U, В$				
4,15	101	3,30	7,45	3,91	65
3,97	99	3,24	7,21	3,79	63
3,80	96	3,14	6,94	3,55	60
3,65	94	3,07	6,72	3,35	58
3,48	92	3,01	6,49	3,18	56
3,20	88	2,88	6,08	3,08	55
2,89	83	2,71	5,60	2,91	52
2,84	81	2,65	5,49	2,71	50
2,57	77	2,52	5,09	2,43	46
2,28	72	2,35	4,63	2,16	42
2,03	68	2,22	4,25	1,94	39
1,73	63	2,06	3,79	1,77	37
1,58	60	1,96	3,54	1,56	34
1,38	56	1,83	3,21	1,49	33
1,21	52	1,70	2,91	1,25	30
0,90	46	1,50	2,40	1,04	26
0,71	40	1,31	2,02	0,86	22
0,46	34	1,11	1,57	0,77	20
0,31	31	1,01	1,32	0,61	15
0,15	25	0,82	0,97	0,50	12



Все эти зависимости представлены на графиках, с прежними обозначениями: 1 – ВАХ лампочки; 2- ВАХ резистора; 3 – рассчитанная зависимость силы тока от напряжения при последовательном соединении; 4 (кружки) – результаты измерений. Как видно из графика – и в этом случае получено прекрасное соотношение между результатами расчетов и измерений.