

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа  
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования

Р.С. Сидоренко

«\_\_\_» декабря 2016 г.



## Республиканская физическая олимпиада 2017 год (III этап)

### Экспериментальный тур

#### 11 класс.

1. Полный комплект состоит из двух заданий, на выполнение каждого отводится два с половиной часа. Сдавать работу следует после выполнения обоих заданий. Задания могут быть не равноценными, поэтому ознакомьтесь с условиями обеих задач.

2. Ознакомьтесь с перечнем оборудования – проверьте его наличие и работоспособность. **При отсутствии оборудования или сомнения в его работоспособности немедленно обращайтесь к представителям оргкомитета.**

3. При оформлении работы каждую задачу и каждую ее часть начните с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика – вторая для черновика.

4. Все графики рекомендуем строить на листе миллиметровой бумаги, выданном для выполнения каждого задания. Обязательно пронумеруйте и подпишите все построенные графики. Листы миллиметровой бумаги вложите в свою тетрадь.

5. Подписывать тетради, отдельные страницы и графики запрещается.

6. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

7. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



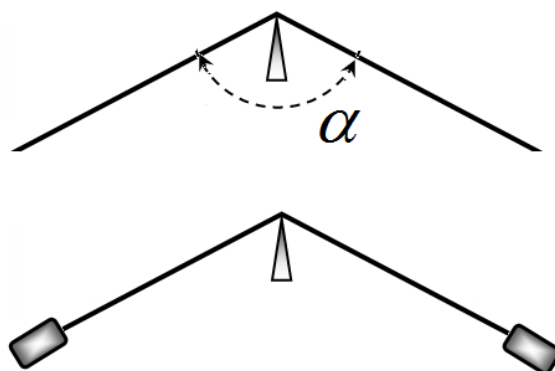
***Желаем успехов в выполнении данных заданий!***

## Задание 11-1. Еще одна колебательная система!

Приборы и оборудование: штатив, спица вязальная (длинная), пластинка из жести; ластик, разрезанный на две равные части, секундомер, транспортир, линейка.

В данной работе Вам необходимо исследовать колебания маятника, изготовленного из обыкновенной спицы. Изогнутая по середине спица помещается на упор (в качестве которого используется пластинка, закрепленная в лапке штатива) Угол между спицами необходимо изменять и измерять!

Измерения следует проводить для спицы и для спицы с одинаковыми грузами (кусочки ластика).



1. Выведите формулы для периодов колебаний спицы  $T_1$  и спицы с грузами  $T_2$ , если угол изгиба равен  $\alpha$ .

*Подсказка.* Кинетическая энергия тонкого стержня, вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, перпендикулярной стержню и проходящей через один из его концов равна

$$E = \frac{1}{6} ml^2 \omega^2, \quad (1)$$

где  $m$  - масса стержня,  $l$  - его длина.

2. Измерьте зависимости периодов колебаний спицы и спицы с грузами от угла изгиба  $\alpha$ .
3. Покажите, на основании результатов измерений, что выведенные вами формулы для периодов колебаний верны. Для этого линеаризуйте полученные зависимости и постройте графики линеаризованных зависимостей.
4. На основании результатов измерений, проведенных в п.2, рассчитайте отношение массы ластика к массе спицы. Оцените погрешность полученного результата.

## Задание 11- 2. Размер капли.

Приборы и оборудование: Линейка с прикрепленной трубкой, и вставленной иглой от шприца, шприц одноразовый, секундомер с памятью этапов, стакан, штатив.

В данной работе вам необходимо измерить размеры маленьких, быстропадающих капель.

Пластиковая трубка прикреплена к линейке, в трубку вставлена тонкая игла от шприца.

Воду в трубку можно добавлять с помощью шприца. Следите, чтобы столб воды в трубке был без разрывов. Буквально вдавливайте воду в трубку при присоединенной игле.

Используйте шкалу шприца для измерения объемов вливаемой воды.

1. Измерьте зависимость высоты столба воды в трубке от объема налитой воды. Используя полученные данные рассчитайте внутренний диаметр трубки.

2. Заполните трубку водой до высоты  $H$  примерной равной 30-35 см. Исследуйте зависимость высоты уровня воды в трубке от времени  $H(t)$ , при ее вытекании через иглу. Постройте график полученной зависимости. Дайте ему качественное объяснение.

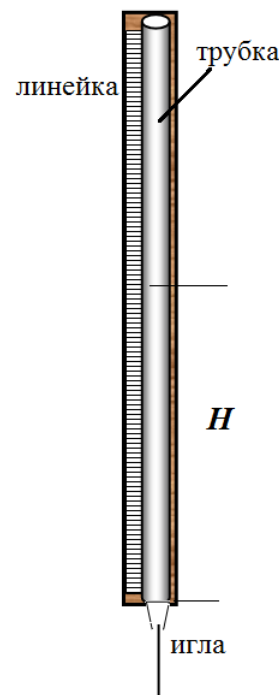
3. Еще раз заполните трубку водой. Исследуйте зависимость числа упавших капель от времени  $N(t)$ . Постройте график полученной зависимости. Лучше использовать том же листе, на котором вы построили предыдущую зависимость (шкалы времени одинаковы, для числа капель придется сделать новую шкалу).

**Надеемся, что до 200 Вы считать умеете!**

4. Используя данные, полученные в пп. 2-3 постройте зависимость высоты уровня воды в трубке от числа выпавших капель  $H(N)$ . Очень кратко опишите процедуру построения этого графика.

5. На основании полученного в п.4 графика ответьте на вопрос: можно ли считать размеры капель одинаковыми (не зависящими от высоты уровня воды в трубке).

6. С помощью, полученной в п.4 зависимости  $H(N)$  рассчитайте объем одной капли. Оцените погрешность полученного значения.



## Задание 11-1. Еще одна колебательная система!

1.1 Для расчета периодов колебаний сначала рассмотрим изогнутую спицу с прикрепленными грузами. Положение центра масс системы  $h_0$  можно найти «по определению»

$$\begin{aligned} 2(m + m_0)h_0 &= 2m \frac{l}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + 2m_0 l \cos \frac{\alpha}{2} = \\ &= l \cos \frac{\alpha}{2} (m + 2m_0) \end{aligned} \quad (1)$$

При отклонении маятника на малый угол  $\varphi$  от вертикали изменение потенциальной энергии системы равно

$$\begin{aligned} \Delta U &= Mg\Delta h = 2(m + m_0)gh_0(1 - \cos \varphi) = \\ &= (m + 2m_0)l \cos \frac{\alpha}{2} g(1 - \cos \varphi) \approx (m + 2m_0)l \cos \frac{\alpha}{2} g \frac{\varphi^2}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

При выводе использована приближенная формула  $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ .

Кинетическая энергия маятника при вращении с угловой скоростью  $\omega = \varphi'$  равна

$$E_k = 2 \left( \frac{1}{6} ml^2 \omega^2 + \frac{m_0 l^2 \omega^2}{2} \right). \quad (3)$$

Запишем закон сохранения механической энергии при колебаниях маятника

$$2 \left( \frac{1}{6} ml^2 + \frac{1}{2} m_0 l^2 \right) \omega^2 + (m + 2m_0)l \cos \frac{\alpha}{2} g \frac{\varphi^2}{2} = E = \text{const}, \quad (4)$$

которое является уравнением гармонических колебаний. Круговая частота этих колебаний определяется отношением

$$\Omega^2 = \frac{(m + 2m_0)gl \cos \frac{\alpha}{2}}{4 \left( \frac{1}{6} ml^2 + \frac{1}{2} m_0 l^2 \right)} = \frac{3g \cos \frac{\alpha}{2}}{2l} \cdot \frac{1 + 2 \frac{m_0}{m}}{1 + 3 \frac{m_0}{m}}. \quad (5)$$

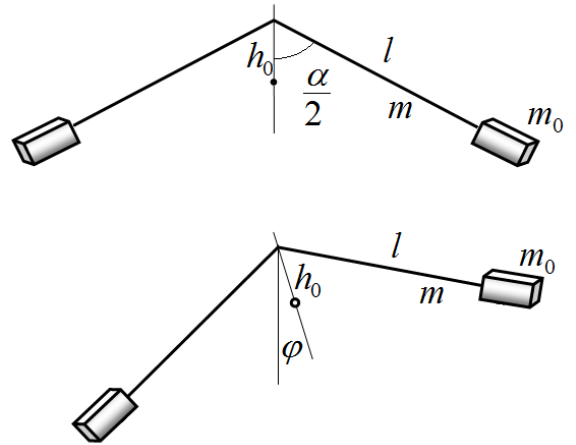
Соответственно, периоды колебаний описываются формулами:

Без грузов ( $m_0 = 0$ )

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g} \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}}. \quad (6)$$

С грузами

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g} \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1 + 3 \frac{m_0}{m}}{1 + 2 \frac{m_0}{m}}}. \quad (7)$$



2-3 Полученные теоретические формулы для периодов колебаний показывают, что зависимость  $\frac{1}{T^2}$  от  $\cos \frac{\alpha}{2}$  является линейной.

Результаты измерений периодов колебаний и необходимые расчеты приведены в Таблицах 1 и 2. В каждом случае измерение периодов проведено 3 раза и проведено усреднение результатов.

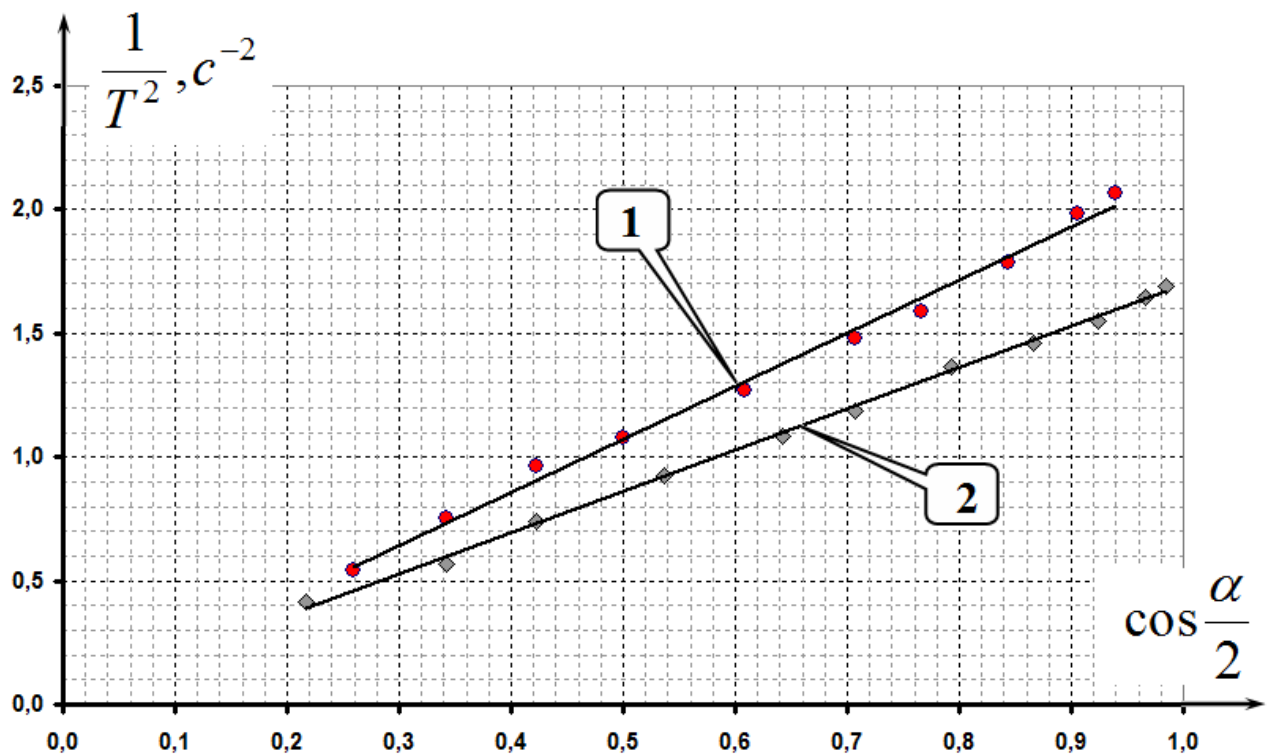
**Таблица 1. Спица без грузов**

$\alpha^\circ$	$T_{1,1}, \text{с}$	$T_{1,2}, \text{с}$	$T_{1,3}, \text{с}$	$\langle T_1 \rangle, \text{с}$		$\frac{1}{\langle T_1 \rangle^2}$	$\cos \frac{\alpha}{2}$
40	0,696	0,692	0,699	0,696		2,07	0,9397
50	0,710	0,707	0,712	0,710		1,99	0,9063
65	0,741	0,753	0,752	0,749		1,78	0,8434
80	0,794	0,789	0,796	0,793		1,59	0,7660
90	0,819	0,826	0,820	0,822		1,48	0,7071
105	0,886	0,890	0,884	0,887		1,27	0,6088
120	0,962	0,977	0,949	0,963		1,08	0,5000
130	1,024	1,018	1,020	1,021		0,96	0,4226
140	1,161	1,150	1,154	1,155		0,75	0,3420
150	1,381	1,343	1,348	1,357		0,54	0,2588

**Таблица 2. Спица с грузами**

$\alpha^\circ$	$T_{1,1}, \text{с}$	$T_{1,2}, \text{с}$	$T_{1,3}, \text{с}$	$\langle T_1 \rangle, \text{с}$		$\frac{1}{\langle T_1 \rangle^2}$	$\cos \frac{\alpha}{2}$
20	0,771	0,768	0,770	0,770		1,69	0,9848
30	0,783	0,778	0,777	0,779		1,65	0,9659
45	0,810	0,796	0,804	0,803		1,55	0,9239
60	0,832	0,827	0,821	0,827		1,46	0,8660
75	0,853	0,868	0,848	0,856		1,36	0,7934
90	0,913	0,918	0,920	0,917		1,19	0,7071
100	0,954	0,958	0,966	0,959		1,09	0,6428
115	1,040	1,038	1,045	1,041		0,92	0,5373
130	1,167	1,159	1,161	1,162		0,74	0,4226
140	1,325	1,337	1,321	1,328		0,57	0,3420
155	1,558	1,520	1,573	1,550		0,42	0,2164

На рисунке показаны графики линеаризованных зависимостей  $\frac{1}{T^2}$  от  $\cos \frac{\alpha}{2}$  (1 - без грузов, 2 - с грузами).



Обе полученные зависимости являются линейными, что подтверждает теоретически полученный вид зависимостей (6) и (7).

Из этих же формул следует, что отношение коэффициентов наклона графиков равно

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{1 + 3 \frac{m_0}{m}}{1 + 2 \frac{m_0}{m}}. \quad (8)$$

Значение этих коэффициентов, рассчитанные по методу наименьших квадратов, равны:

$$\begin{aligned} K_1 &= 2,15 c^{-2} \\ K_2 &= 1,67 c^{-2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Поэтому их отношение  $\gamma = 1,29$ . Теперь используя формулу (8), можно найти требуемое отношение масс:

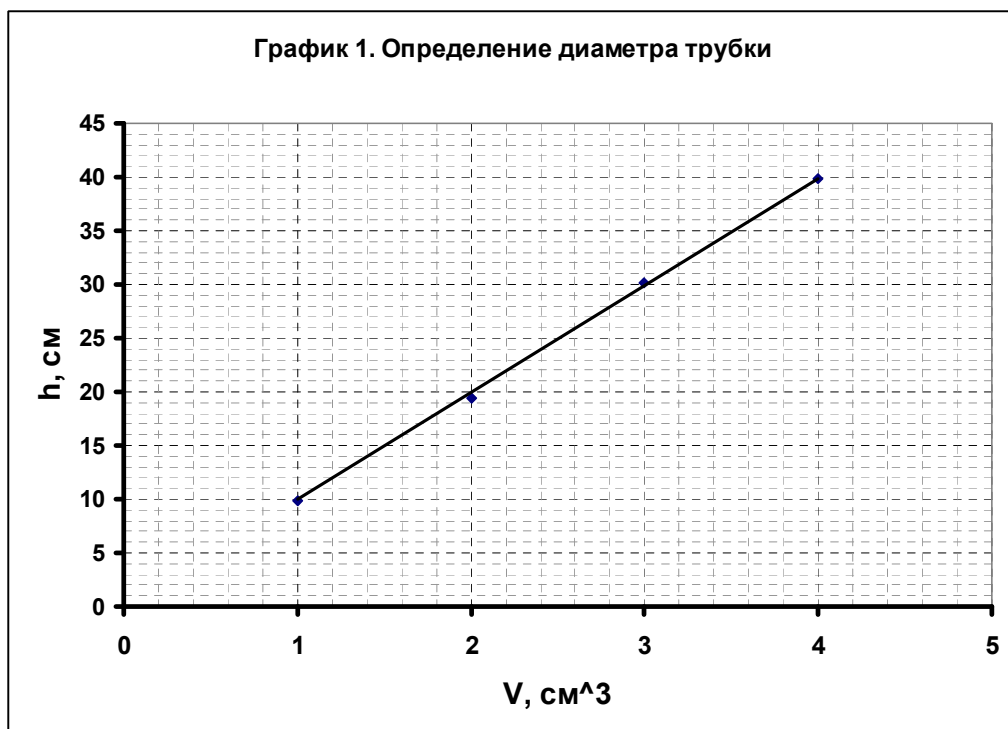
$$\gamma = \frac{1 + 3 \frac{m_0}{m}}{1 + 2 \frac{m_0}{m}} \Rightarrow \frac{m_0}{m} = \frac{\gamma - 1}{3 - 2\gamma} = 0,68. \quad (10)$$

## Задание 11- 2. Размер капли.

1. Результаты измерений зависимости высоты столбика воды в трубке от объема залитой воды приведены в Таблице 1 и на графике 1.

Таблица 1.

$V, \text{см}^3$	$h, \text{см}$
1	9,8
2	19,4
3	30,2
4	39,8



Полученная зависимость является линейной. Коэффициент наклона графика, рассчитанный по МНК равен

$$K = \frac{\Delta h}{\Delta V} = 10 \text{ см}^{-2}. \quad (1)$$

Очевидно, что теоретическая зависимость высоты столбика от объема имеет вид

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{4}{\pi d^2} \quad (2)$$

Из этих соотношений следует, что внутренний диаметр равен

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi K}} = 0,36 \text{ см}. \quad (3)$$

Для дальнейших расчетов нам понадобится величина равная, объему жидкости, приходящаяся на единицу длины трубки,  $v = \frac{\Delta V}{\Delta h} = 0,10 \text{ см}^2$ .

*Для определения объема капли проще всего (теоретически) измерить зависимость высоты столба жидкости в трубке от числа упавших капель. Однако этот метод обладает одним существенным недостатком – на практике на не осуществим! Капли падают достаточно часто, поэтому одновременно засекают высоту столба воды и подсчитывают число капель не возможно. Поэтому в данном задании и рекомендован такой «обходной маневр».*

2-3 Результаты измерений зависимости высоты столба уровня воды в трубке  $h$  и числа упавших капель  $N$  от времени приведены в таблице 2. Ни же приведены графики полученных зависимостей.

Таблица 2.

$h, \text{см}$	$t, \text{с}$	$\frac{h}{h_{\text{max}}}$	$N$	$t, \text{с}$	$\frac{N}{N_{\text{max}}}$
40	0,00	1,00	0	0,00	0,00
38	6,24	0,95	20	8,34	0,10
36	12,32	0,90	40	16,49	0,20
34	19,19	0,85	60	25,06	0,30
32	26,33	0,80	80	33,67	0,40
30	33,57	0,75	100	42,93	0,50
28	41,58	0,70	120	52,60	0,60
26	50,48	0,65	140	62,11	0,70
24	60,93	0,60	160	71,72	0,80
22	73,70	0,55	180	83,15	0,90
20	85,93	0,50	200	94,58	1,00

График 2. Зависимость высоты столба от времени

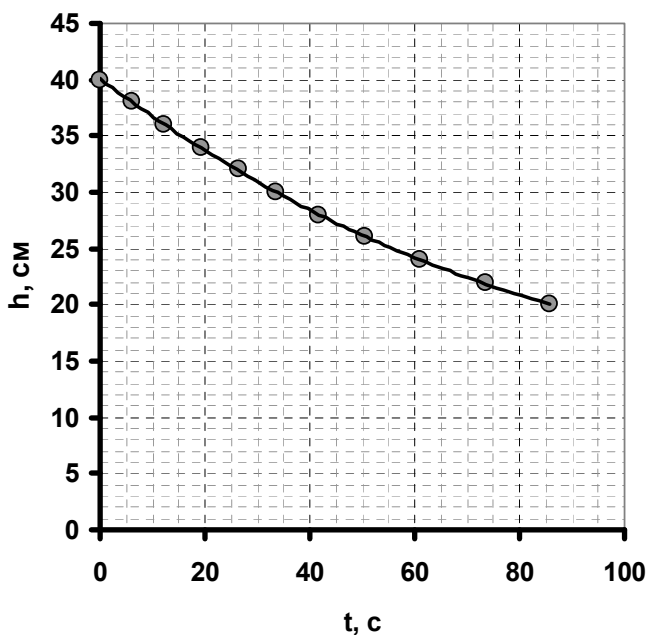
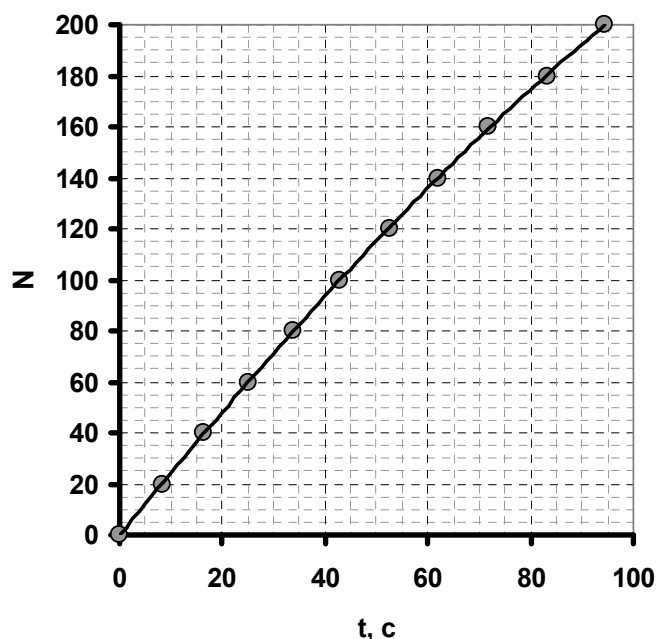


График 3. Зависимость числа капель от времени

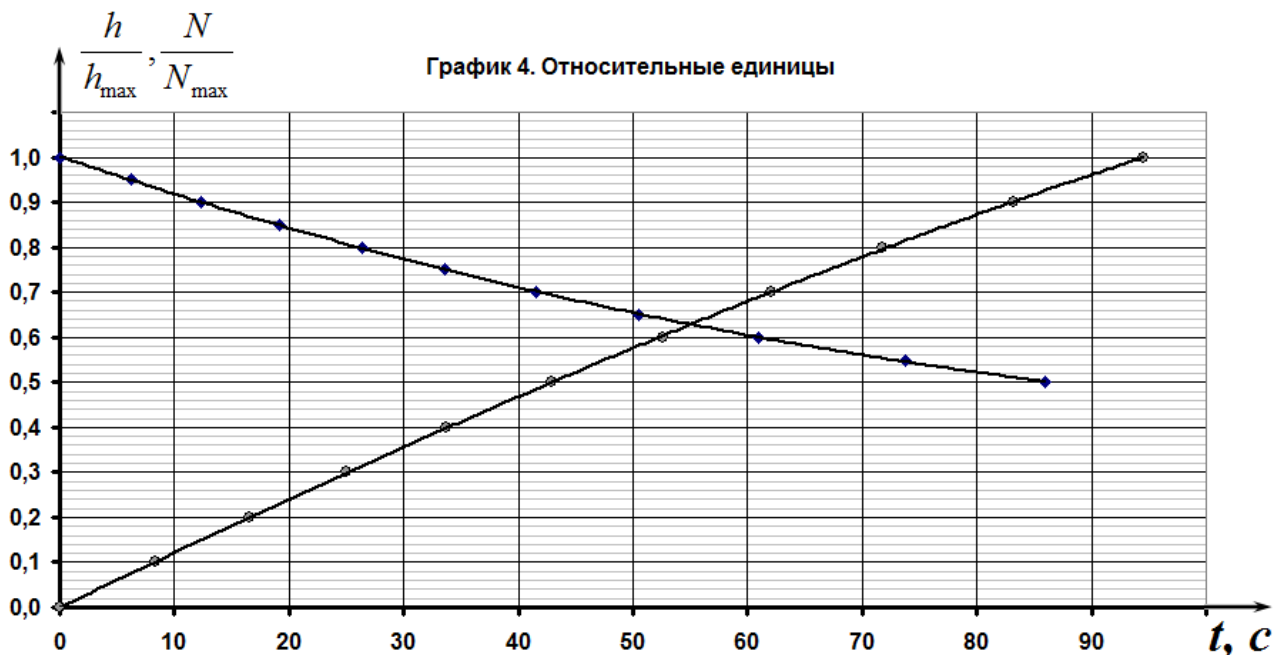


Обе полученные зависимости являются нелинейными, что объясняется зависимостью скорости вытекания от давления, создаваемого столбом воды в трубке.

Для построения зависимости высоты столба воды в трубке от числа упавших капель необходимо снять значения высоты  $h$  и числа капель  $N$  в один и тот же момент времени. Но в таблице времена, в которые фиксировались значения  $h$  и  $N$  не совпадают. Поэтому полученные зависимости необходимо «сгладить», что можно сделать различными



способами. Мы используем следующий метод: построим графики 2 и 3 в относительных единицах (как отношения  $\frac{h}{h_{max}}$  и  $\frac{N}{N_{max}}$ ) на одном бланке и в одном масштабе (График 5)



Теперь с помощью этого графика можно снять значения в фиксированные моменты времени. Эти значения приведены в Таблице 3.

Таблица 3.

$t, c$	$\frac{h}{h_{max}}$	$\frac{N}{N_{max}}$	$h, см$	$N$
10	0,92	0,11	36,8	22
20	0,84	0,24	33,6	48
30	0,77	0,34	30,8	68
40	0,71	0,47	28,4	94
50	0,65	0,58	26,0	116
60	0,61	0,68	24,4	136
70	0,56	0,78	22,4	156
80	0,52	0,87	20,8	174

Получена практически линейная зависимость. Это означает что изменение высоты уровня воды в трубке при выпадении определенного числа капель постоянно. То есть объемы всех капель можно считать приблизительно одинаковыми.

Коэффициент наклона графика равен высоте столба воды в трубке, соответствующей объему одной капли.

Численное значение этого коэффициента, рассчитанное по МНК, равно

$$h_1 = (0,104 \pm 0,006) см.$$

Используя результат п.1, находим, что объем одной капли равен  $V_1 = (10,4 \pm 0,6) мм^3$ . Отметим, что основной вклад в погрешность определения объема капли вносит погрешность определения коэффициента наклона графика 5.

