УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования
____________________Р.С.Сидоренко
«___» декабря 2015 г.

Республиканская физическая олимпиада 2016 год.
(III этап)

Теоретический тур

10 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.

2. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!

3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!
Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Задание 1. Разминка.

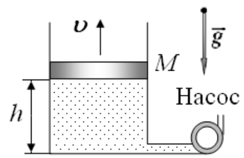
Это задание состоит из 3 не связанных между собой задач.

Задача 1.1 «Дутые аттракционы»

Детские надувные аттракционы (например, «Воздушный замок») представляют собой гибкие и эластичные сосуды «причудливых» форм и некоторого предельного объёма, в которые под давлением подаётся воздух. Для нормальной работы аттракциона давление воздуха в нем должно быть не очень большим (станет «твёрдым») и не очень маленьким (дети будут проваливаться). Электронасос обеспечивает подачу воздуха внутрь аттракциона в течение всего времени его работы. Атмосферное давление $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5\,\text{Па}$. Считайте, что газовые процессы являются изотермическими, молярная масса воздуха $M_B = 29\,\text{г/моль}$. Ускорение свободного падения $g = 9{,}8\ \text{м/с}^2$. Молярная газовая постоянная $R = 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

1.1.1 **«Время накачки»** Рассмотрим сравнительно небольшой аттракцион внутренний объём (вместимость) которого $V_1 = 1{,}0 \cdot 10^2\,\text{м}^3$, а рабочее давление воздуха внутри него $p_1 = 2{,}5 \cdot 10^5\,\text{Па}$. Летним солнечным днём при температуре $t = 27\,°\text{C}$ механик Федя за час до начала работы аттракциона решил развернуть его и накачать до рабочего давления при помощи небольшого (автомобильного) поршневого электронасоса, имеющего объём всасывающей камеры $V_2 = 1{,}0 \cdot 10^3\,\text{см}^3$. Поршень насоса делает $N = 10$ качаний (полных ходов) за секунду. Найдите массу m_B воздуха, необходимого для работы аттракциона. Успеет ли Федя к открытию аттракциона?

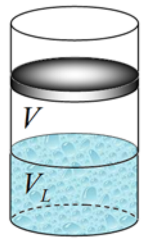
1.1.2 **«Скорость накачки»** В процессе медленной накачки надувной аттракцион медленно приподнимается и расправляется до необходимого размера. Будем считать, что в процессе накачки аттракцион можно представить в виде тонкостенного цилиндра площади поперечного сечения $S = 5{,}0\,\text{м}^2$, в котором может без трения перемещаться тяжелый горизонтальный поршень массы $M = 500\,\text{кг}$ (т.е. «Воздушный замок»). Найдите зависимость высоты h подъёма поршня от времени t накачки. Постройте график полученной зависимости $h(t)$. Найдите скорость υ движения поршня при работе насоса. Мощный насос имеет объём всасывающей камеры $V_3 = 1{,}0 \cdot 10^4\,\text{см}^3$. Поршень насоса делает $N = 10$ качаний (полных ходов) за секунду.



Задача 1.2 «Газировка»

В высоком цилиндрическом сосуде находится газированная вода – вода насыщенная углекислым газом. Сосуд закрыт подвижным поршнем. Когда поршень примыкает к поверхности жидкости давление в сосуде равно P_0.

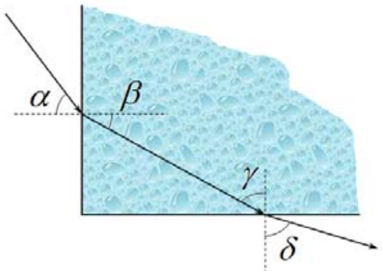
Известно, что объем, который бы занимал углекислый газ (будучи в газообразном состоянии), содержащийся в газировке при давлении P_0 равен V_0. Поршень начинают медленно приподнимать. Найдите зависимость давления газа в сосуде от его объема V. Объем жидкости в сосуде V_L считайте неизменным, температура также остается постоянной. Постройте точный график (с оцифровкой осей) полученной зависимости (подберите для этого соответствующие относительные переменные).



<u>Подсказка:</u> растворимость газа в жидкости пропорциональна внешнему давлению (закон Генри). Растворимость – количество газа (в молях), растворенного в единице объема насыщенного раствора.

Задача 1.3 «Водяной куб»

На боковую грань водяного куба падает луч света под углом α к нормали (на рис. вид сверху). Угол преломления β является функцией от угла падения $\beta = f(\alpha)$, график которой показан на отдельном бланке. Затем это луч попадает на перпендикулярную грань куба под некоторым углом γ к нормали этой грани, и после преломления на ней выходит из куба под углом δ.



Ваша основная задача – разработать графический метод нахождения угла δ, используя график зависимости $\beta = f(\alpha)$. Для этого на выданном бланке вам необходимо провести дополнительные построения.

1.3.1 Отметьте на графике значение угла $\alpha = 80°$. Последовательно укажите на графике и запишите численные значения углов β, γ и δ.

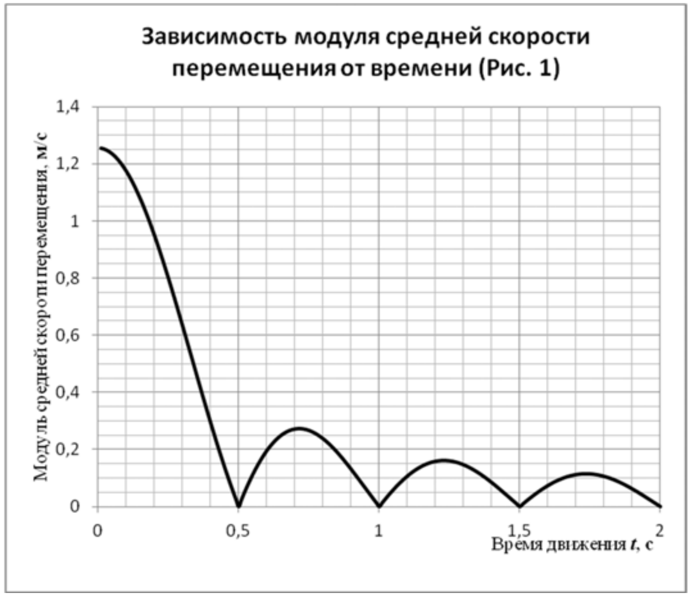
1.3.2 Найдите значение угла δ при угле падения $\alpha = 62°$.

1.3.3 Укажите диапазон углов α, при котором луч выйдет через перпендикулярную грань.

Задание 2. Средние скорости.

На рисунках приведены графики зависимостей модулей средних скоростей перемещений точки на ободе колеса от времени движения для трех видов движений. Средняя скорость определяется для промежутков времени от начала отсчета времени до текущего его значения.

2.1. На рисунке 1 приведен график зависимости $\langle v_1(t) \rangle$ точки на ободе колеса в случае, когда колесо вращается вокруг закрепленной оси. Пользуясь графиком, определите:



2.1.1. Период T_1 вращения колеса;

2.1.2. Формулу зависимости $\langle v_1(t) \rangle$;

2.1.3. Радиус R колеса.

Подсказка из математики. Предельное значение отношения $\frac{\sin x}{x}$ при $x \to 0$ равно 1. В общепринятой записи: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$.

2.2. На рисунке 2 приведен график зависимости $\langle v_2(t) \rangle$ точки на ободе колеса в случае, когда колесо катится равномерно по горизонтальной поверхности без проскальзывания.

Радиус R колеса не изменился. Пользуясь графиком, определите:

2.2.1. Период T_2 вращения колеса;

2.2.2. Модуль скорости u поступательного движения колеса;

2.2.3. Формулу зависимости $\langle v_2(t) \rangle$.

2.3. На рисунке 3 приведен график зависимости $\langle v_3(t) \rangle$ точки на ободе колеса в случае, когда колесо катится равноускоренно по горизонтальной поверхности без проскальзывания из состояния покоя. Радиус R колеса не изменился. Пользуясь графиком, определите:

2.3.1. Модуль ускорения a поступательного движения колеса.

2.3.2. Формулу зависимости $\langle v_з(t) \rangle$.

Задание 3. Теплоёмкость процесса.

В задаче рассматриваются равновесные процессы, проходящие с одним молем идеального газа. Поэтому все характеристики состояния газа и происходящих процессов являются «молярными» - молярный объем, молярные теплоемкости и т.д.

<u>*Математическая подсказка.*</u> *Если аргумент функции $y = ax^m$ изменяется на малую величину Δx, то изменение функции равно $\Delta y = amx^{m-1}\Delta x$, при любом показателе степени.*

Часть 1. Политропические процессы.

Теплоемкость является характеристикой процесса. Процессы, в ходе которых теплоемкость остается постоянной, называются **политропическими**. В общем случае уравнение политропического процесса имеет вид

$$PV^n = const, \tag{1}$$

где n - постоянное число (не обязательно целое), называемое **показателем политропы.**

3.1.1 Покажите, что теплоемкость идеального газа в произвольном процессе определяется уравнением

$$C = C_V + P\frac{\Delta V}{\Delta T}, \tag{2}$$

где C_V - теплоемкость газа при изохорном процессе, ΔV изменение объема газа в рассматриваемом процессе при малом изменении температуры ΔT.

3.1.2 Покажите, что в процессах, описываемых уравнением (1) теплоемкость остается постоянной. Найдите теплоемкость одного моля идеального одноатомного газа в политропическом процессе (1), т.е. установите связь между молярной теплоемкостью C и показателем политропы n.

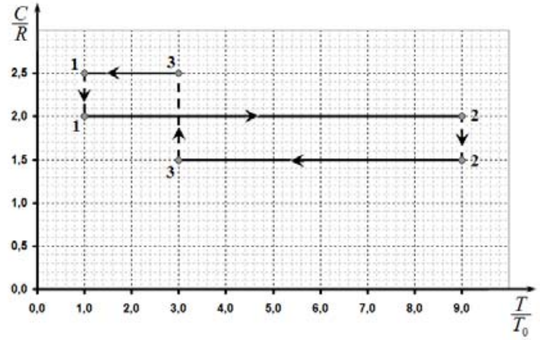
3.1.3 Укажите значения молярной теплоемкости C и соответствующего ей показателя n в известных процессах. Результаты представьте в следующей таблице.

№	**Процесс**	**Молярная теплоемкость C**	**Показатель n**
1	Изобарный		
2	Изотермический		
3	Изохорный		
4	Адиабатный		

Часть 2. «Разорванный» цикл.

Один моль идеального одноатомного газа совершает циклический процесс, в котором теплоемкость зависит от температуры в соответствии с графиком, приведенном на рис. 1. Здесь $T_0 = 300K$ - температура газа в состоянии 1;

$R = 8{,}31\frac{Дж}{моль \cdot K}$ - универсальная газовая постоянная.



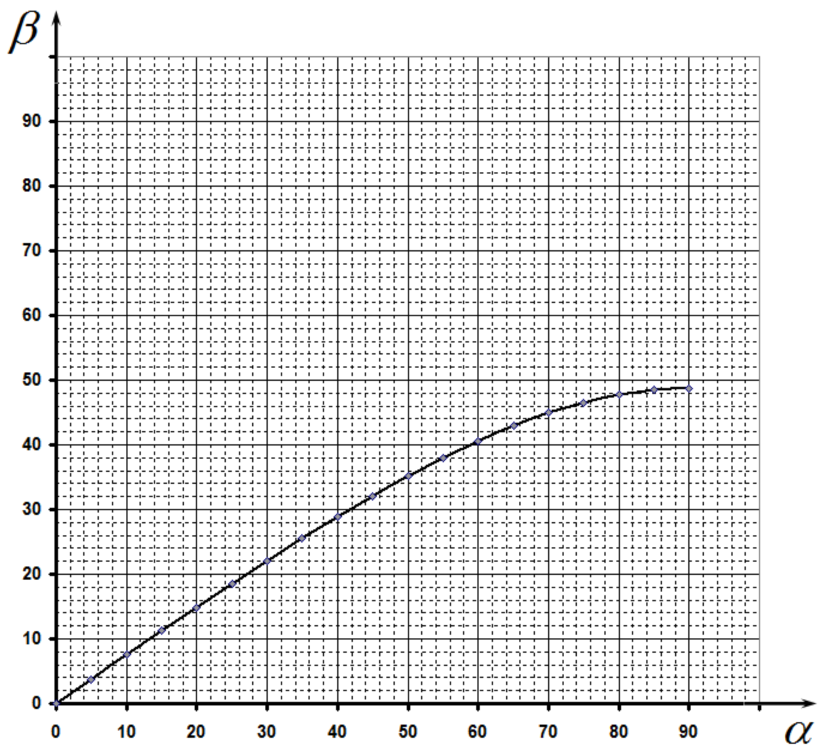
3.2.1 Изобразите этот цикл на диаграмме $\left(\frac{P}{P_0}, \frac{V}{V_0}\right)$, где P_0, V_0 - давление и объем газа в состоянии 1.

3.2.2 Рассчитайте работу газа за весь цикл.

3.2.3 Найдите термический КПД цикла.

3.2.4 Предложите простое устройство, в котором реализуется процесс 1-2.

Бланк к задаче 10-1-3 Водяной куб.



10 класс

Задание 1. Разминка.

Задача 1.1 «Дутые аттракционы»

1.1.1 «Время накачки» За одно качание насос захватывает из атмосферы массу m_1 воздуха, попавшую в его открытую засасывающую камеру объёмом V_2 при атмосферном давлении p_0. Из уравнения состояния идеального газа Клапейрона–Менделеева получим

$$p_0V_2 = \frac{m_1}{M_B}RT \;\Rightarrow\; m_1 = \frac{p_0V_2M_B}{RT}. \qquad (1)$$

Для нормальной работы аттракциона необходима масса воздуха m_B

$$p_1V_1 = \frac{m_B}{M_B}RT \;\Rightarrow\; m_B = \frac{p_1V_1M_B}{RT} = 291\text{кг}. \qquad (2)$$

Как видим из (2), масса воздуха в аттракционе представляет собой достаточно значительную величину, для закачки которой скорее всего потребуется значительное время.

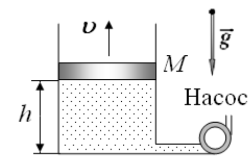
Поскольку насос равномерно (по массе) закачивает воздух, то механику Феде потребуется время для полной накачки

$$m_2 = m_1Nt \;\Rightarrow\; t = \frac{m_2}{Nm_1} = \frac{p_1V_1}{Np_0V_2} = 2{,}5\cdot 10^4\,\text{с} = 417\,\text{мин} = 6{,}9\,\text{ч}. \qquad (3)$$

Как следует из (3) механик Федя никак не успеет к открытию аттракциона – нужно всё делать загодя (или поменять насос!). Действительно, таким насосом необходимо накачивать практически целый рабочий день, поскольку он рассчитан на обслуживание небольшого объема камеры автомобиля ($V_3 \approx 60\text{л}$). Справедливости ради заметим, что все надувные аттракционы непрерывно подкачиваются в течение рабочего дня для компенсации утечки воздуха.

1.1.2 «Скорость накачки» Будем считать, что в процессе накачки поршень поднимается равномерно (т.е. находится в состоянии равновесия). Тогда давление под ним остаётся постоянным и равным

$$p(h) = p_0 + \frac{Mg}{S} = const, \qquad (4)$$



что соответствует изобарному процессу.

Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева можем записать

$$pV = (p_0 + \frac{Mg}{S})Sh = \frac{m}{M_B}RT. \qquad (5)$$

Для высоты h поршня от массы закачанного газа m получаем выражение

$$h = \frac{m}{M_B}\frac{RT}{p_0S + Mg} \;\Rightarrow\; h \sim m. \qquad (6)$$

Согласно (6) высота поднятия поршня прямо пропорциональна массе закачанного в цилиндр газа. Согласно (3) через насос за время t пройдёт масса воздуха

$$m(t) = m_1Nt = \frac{p_0V_2M_B}{RT}N\cdot t \;\Rightarrow\; m \sim t. \qquad (7)$$

Следовательно, зависимость высоты h поднятия поршня от времени t при накачке имеет вид

$$h(t) = \frac{1}{M_B}\frac{RT}{p_0S + Mg}\frac{p_0V_2M_B}{RT}N\cdot t = \frac{p_0V_2N}{p_0S + Mg}\cdot t. \qquad (8)$$

График полученной зависимости – прямая пропорциональность, поскольку

$$h(t) \sim t. \qquad (9)$$

Из выражения (8) следует, что скорость движения поршня вверх равна коэффициенту пропорциональности в данной формуле

$$\upsilon = \frac{p_0 V_2 N}{p_0 S + Mg} = 2{,}0\,\frac{\text{см}}{\text{с}}\ . \qquad (10)$$

Задача 1.2 «Газировка»

Количество газа, растворенного в воде, находится по формуле

$$\nu_0 = g V_L P_0\,, \qquad (1)$$

где обозначено g - растворимость углекислого газа в воде при данной температуре.

Если бы весь этот углекислый газ находился в газообразном состоянии, то он бы занимал объем, равный

$$P_0 V_0 = \nu_0 RT = g V_L P_0 RT \quad \Rightarrow \quad V_0 = \nu_0 RT = g V_L RT \qquad (2)$$

Пусть объем газа под поршнем стал равным V, а его давление - P. При этом давлении количество растворенного газа равно

$$\nu_1 = g V_L P\,. \qquad (3)$$

Следовательно, в газообразном состоянии находится

$$\nu = \nu_0 - \nu_1 = g V_L \left(P_0 - P\right) \qquad (4)$$

молей углекислого газа. Для определения давления этого газа следует решить уравнение Менделеева-Клапейрона

$$PV = \nu RT = g V_L \left(P_0 - P\right) RT\,. \qquad (5)$$

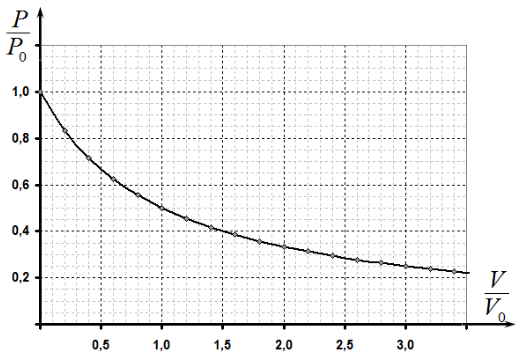
Из которого следует

$$P = \frac{g V_L RT}{V + g V_L RT} P_0\,. \qquad (6)$$

Учитывая формулу (2), это выражение можно представить в виде

$$P = \frac{P_0}{\dfrac{V}{V_0} + 1}\ . \qquad (7)$$

Точный график можно построить в координатах $\left(\dfrac{P}{P_0}, \dfrac{V}{V_0}\right)$ см. рисунок.



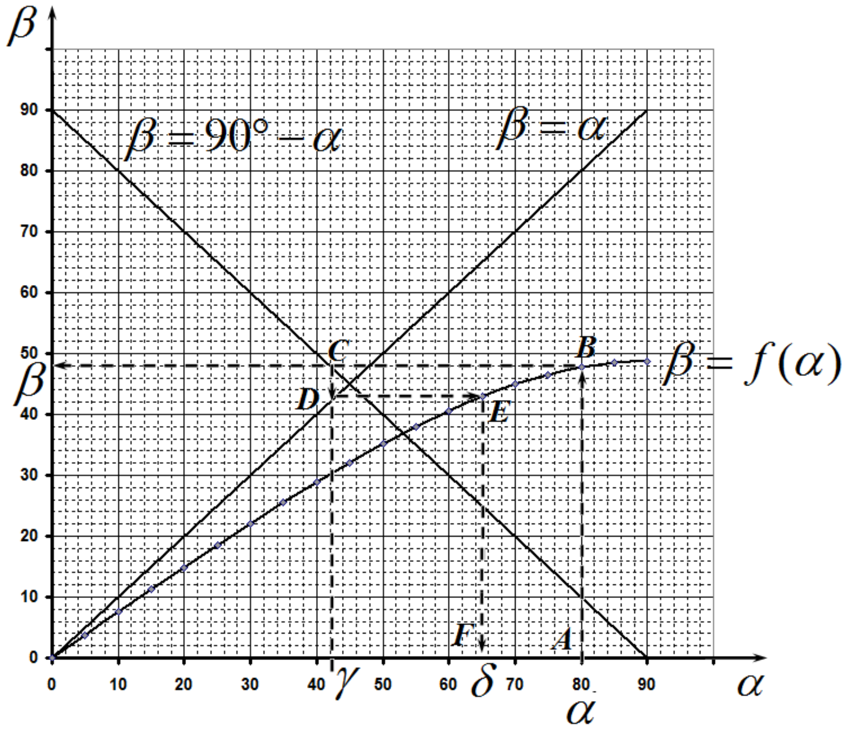
Задача 1.3 «Водяной куб»

Непосредственно из рисунка, отражающего ход лучей, следует что

$$\gamma = 90° - \beta \qquad (1)$$

Поэтому на графике построим прямую, описываемую функцией $\beta = 90° - \alpha$. Также построим прямую, описываемую выражением $\beta = \alpha$.

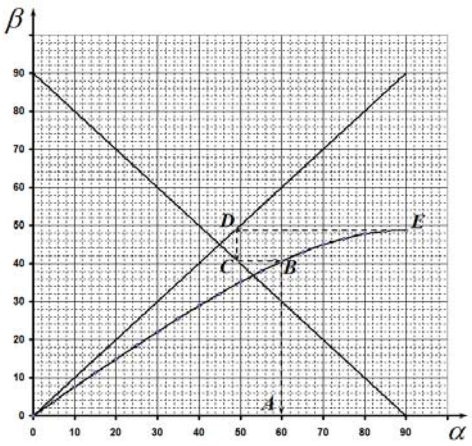
1.3.1



Последовательность графического решения задачи следующая:

- от точки A ($\alpha = 80°$) проводим вертикальную прямую до пересечения с графиком функции $\beta = f(\alpha)$ (точка B), ее ордината равна углу β (по графику находим $\beta \approx 48°$);
- от точки B проводим горизонтальную прямую до пресечения с прямой $\beta = 90° - \alpha$, (точка C), ее абсцисса равна углу γ (по графику находим $\gamma \approx 42°$);
- от точки C проводим вертикальную прямую до пересечения с прямой $\beta = \alpha$ (точка D), ее ордината также равна γ;
- наконец, от точки D проводим горизонтальную прямую до пересечения с заданной функцией $\beta = f(\alpha)$ (точка E), ее абсцисса и есть искомый угол $\delta = f^{-1}(\gamma)$; здесь f^{-1} - обозначена обратная функция.

По графику находим $\delta \approx 65°$.



1.3.2 Аналогичная процедура для начального значения $\alpha = 62°$ приводит к значению $\delta \approx 80°$.

1.3.3 Из графика зависимости $\beta = f(\alpha)$ видно, что максимальное значение угла преломления равно $\beta_{\max} = 49°$. Для нахождения соответствующего значения угла падения α необходимо от «конечной точки E (координатами $(90°, 49°)$) проделать обратный путь $EDCBA$, который приводит к значению
$\alpha_{\min} \approx 60°$**.** При меньших углах падения решения задачи не существует, это означает, что на второй грани луч полностью отразится. Таким образом, диапазон углов, при которых луч выйдет через вторую грань $60° < \alpha < 90°$.

Задание 2. Средние скорости.

2.1.1. Модуль средней скорости: $\langle \upsilon \rangle = \dfrac{\Delta r}{t}$. Когда точка проходит через первоначальное положение, $\Delta r = 0 \;\Rightarrow\; \langle \upsilon \rangle = 0$. Период вращения – это промежуток времени между двумя последовательными обращениями в ноль средней скорости. На рисунке это $T = 0{,}5\,\text{с}$.

2.1.2. Рассмотрим поворот колеса на угол $\varphi = \dfrac{2\pi}{T} t$.

Модуль перемещения за это время (см. рисунок 4):

$$\Delta r = 2R \sin\frac{\varphi}{2} \;\Rightarrow\; \Delta r = 2R\sin\frac{\pi t}{T} \;\Rightarrow$$

$$\langle \upsilon \rangle = 2\frac{R}{t}\sin\frac{\pi t}{T}. \qquad (1)$$

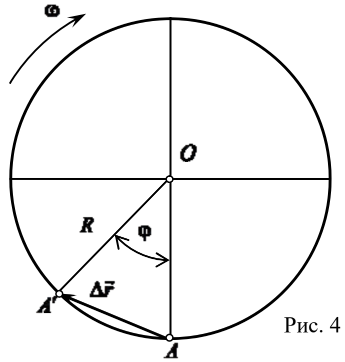


Рис. 4

2.1.3. Умножим числитель и знаменатель выражения для $\langle \upsilon \rangle$ на $\dfrac{\pi}{T}$: $\langle \upsilon \rangle = \dfrac{\frac{\pi}{T} 2R \sin\frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}}$. При $t \to 0$ получим: $\langle \upsilon \rangle = \dfrac{2\pi R}{T} \;\Rightarrow\; R = \dfrac{\langle \upsilon \rangle T}{2\pi}$ Из графика при $t = 0$ $\langle \upsilon \rangle = 1{,}25\dfrac{\text{м}}{\text{с}} \;\Rightarrow\; R = \dfrac{1{,}25 \cdot 0{,}5}{2\pi} = 0{,}1\,\text{м}$.

2.2.1. Минимумы на графике соответствуют моментам касания точкой поверхности земли. Промежуток времени между двумя последовательными касаниями равен периоду вращения колеса. Из графика: $T = 0{,}4\,\text{с}$.

2.2.2. Если колесо не проскальзывает на дороге, модуль линейной скорости вращения колеса равен модулю поступательного движения колеса, поэтому $u = \dfrac{2\pi R}{T} = 1{,}6\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.2.3. Положение точки на ободе колеса может быть определено относительно неподвижной системы отсчета, связанной с поверхностью, и относительно колеса, которое является движущейся системой отсчета. Перемещения относительно этих систем отсчета связаны законом сложения перемещений:
$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_0 + \Delta\vec{r}\,'$.

Здесь $\Delta\vec{r}$ – перемещение точки относительно неподвижной поверхности; $\Delta\vec{r}\,'$ – перемещение точки относительно колеса; $\Delta\vec{r}_0$ – перемещение колеса относительно поверхности (см. рис. 5).

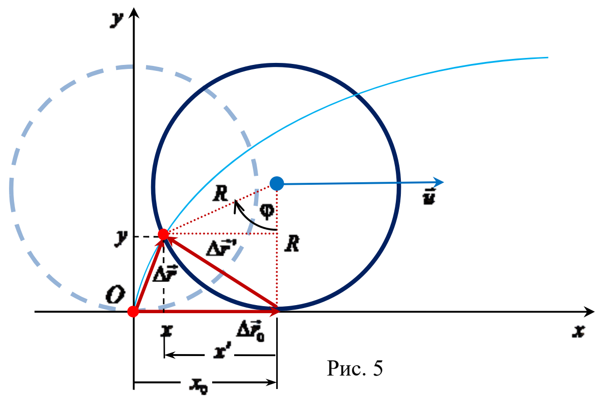


Рис. 5

В проекциях на оси координат (см. рис. 5):

$$x = x_0 - x', \quad x_0 = ut, \quad x' = R\sin\varphi; \quad y = y', \quad y' = R - R\cos\varphi.$$

Угол $\varphi = \omega t$, где $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{u}{R}$ – угловая скорость вращения колеса. Окончательно:

$$\begin{cases} x = ut - R\sin\dfrac{ut}{R} \\ y = R\left(1 - \cos\dfrac{ut}{R}\right), \end{cases} \quad \Delta r = \sqrt{x^2 + y^2} \;\Rightarrow\; \Delta r = \sqrt{\left(ut - R\sin\frac{ut}{R}\right)^2 + \left(R\left(1 - \cos\frac{ut}{R}\right)\right)^2} \;\Rightarrow$$

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta r}{t} = \frac{R}{t}\sqrt{\frac{ut}{R}\left(\frac{ut}{R} - 2\sin\frac{ut}{R}\right) + 2\left(1 - \cos\frac{ut}{R}\right)}. \quad (2)$$

График этой функции приведен на рисунке 2 в условии.

2.3.1. Отсчитаем на рисунке второй минимум на графике, так как время этого минимума $t_2 = 1{,}5\,\text{с}$ можно прочитать с достаточно высокой точностью. За время t_2 колесо совершило 2 полных оборота и прошло путь $s = 2 \cdot 2\pi R = 4\pi R$. Это расстояние равно $\frac{at_2^2}{2}$. В результате: $4\pi R = \frac{at_2^2}{2} \quad \Rightarrow$

$a = \frac{8\pi R}{t_2^2} = \frac{8\pi \cdot 0{,}1}{1{,}5^2} = 1{,}12\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.3.2. В формуле (2) для равномерного движения колеса произведение ut – это путь, пройденный колесом при равномерном движении. В данном случае его необходимо заменить на $\frac{at^2}{2}$ – путь при равноускоренном движении из состояния покоя. В результате:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta r}{t} = \frac{R}{t}\sqrt{\frac{at^2}{2R}\left(\frac{at^2}{2R} - 2\sin\frac{at^2}{2R}\right) + 2\left(1 - \cos\frac{at^2}{2R}\right)}. \quad (3)$$

График этой функции приведен на рисунке 3 в условии.

Задание 3. Теплоемкость процесса.

Часть 1. Политропические процессы.

3.1.1 Теплоемкость системы определяется как отношение количества теплоты, полученной системой к изменению ее температуры

$$C = \frac{\delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$

Используя уравнение первого закона термодинамики для идеального газа

$$\delta Q = \Delta U + \delta A = C_V \Delta T + P\Delta V, \quad (2)$$

получим требуемое в условии соотношение

$$C = \frac{\delta Q}{\Delta T} = C_V + P\frac{\Delta V}{\Delta T}. \quad (3)$$

3.1.2 Запишем уравнение процесса в виде

$$PV^n = B, \quad (4)$$

где B - некоторая постоянная. С помощью уравнения состояния идеального газа

$$PV = RT \quad (5)$$

Выразим явную зависимость температуры газа от его объема

$$T = \frac{B}{R}V^{1-n}. \quad (6)$$

Из вида этой зависимости с помощью математической подсказки находим

$$\Delta T = \frac{B}{R}V^{-n}(1-n)\Delta V \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{RV^n}{B(1-n)}. \quad (7)$$

Подставляя в уравнение (3) выражения (7) и выражения для давления в данном процессе, следующее из (7), получим

$$C = C_V + P\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{3}{2}R + \frac{R}{1-n}. \quad (8)$$

3.1.3 Уравнение изобарного процесса $P = const$ следует из общего уравнения политропического процесса $PV^n = const$ при $n = 0$. Из общей формулы (8) следует, что в этом процессе $C = \frac{5}{2}R$.

Уравнение изотермического процесса имеет вид $PV = const$. Для этого процесса $n = 1$. Следовательно, в этом процессе $C \to \infty$

Для определения параметров изохорного процесса, запишем общее уравнение политропического процесса в виде

$$PV^n = const \quad \Rightarrow \quad P^{\frac{1}{n}}V = const, \quad (9)$$

из которого следует, что в этом процессе $n \to \infty$, поэтому $C = C_V = \frac{3}{2}R$.

Из определения адиабатного процесса, как процесса без теплообмена, следует, что в этом процессе $C = 0$. Тогда из формулы (8) следует

$$C = \frac{3}{2}R + \frac{R}{1-n} = 0 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{5}{3}. \quad (10)$$

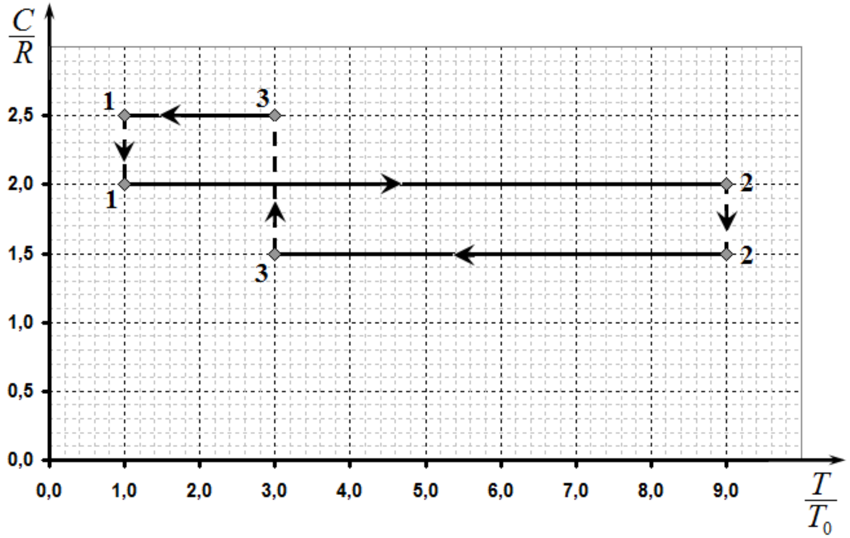
Полученные значения сведены в таблице.

Таблица.

№	Процесс	Показатель n	Молярная теплоемкость C
1	Изобарный	$n = 0$	$C = \frac{5}{2}R$
2	Изотермический	$n = 1$	$C \to \infty$
3	Изохорный	$n \to \infty$	$C = \frac{3}{2}R$
4	Адиабатный	$n = \frac{5}{3}$	$C = 0$

Часть 2. «Разорванный» цикл.

3.2.1 Из приведенного графика следует, что все участки приведенного цикла являются



политропическими процессами. В процессах 2-3 и 3-1 легко узнать изохорный и изобарный процессы, соответственно.

В процессе 1-2 теплоемкость постоянна и равна $C = 2R$, поэтому показатель политропы в этом процессе равен

$$\frac{3}{2}R + \frac{R}{1-n} = 2R \quad \Rightarrow \quad n = -1. \tag{11}$$

Следовательно, уравнение этого процесса имеет вид $PV^{-1} = const = B$, или

$$P = BV, \tag{12}$$

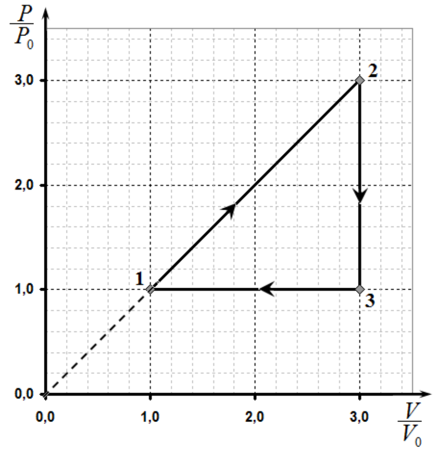
Т.е. в этом процессе давление прямо пропорционально объему!

Из графика следует, что температура в этом процессе возросла в 9 раз. Подставляя уравнение процесса (12) в уравнения состояния, получим

$$BV^2 = RT. \tag{13}$$

Отсюда следует, что в данном процессе объем и давление возрастают в три раза.

Это позволяет построить график процесса в требуемых координатах $\left(\frac{P}{P_0}, \frac{V}{V_0}\right)$ (см. рисунок).



3.2.2 Работа, совершенная за цикл численно равна площади цикла в координатах (P, V). Поэтому в данном случае

$$A_\Sigma = \frac{1}{2}(P_2 - P_3)(V_3 - V_1) = 2P_0V_0 \tag{14}$$

Используя уравнения состояния, последнее выражение можно записать в виде, который дает возможность найти численное значение работы

$$A = 2P_0V_0 = 2RT_0 = 5{,}0\,кДж \tag{15}$$

3.2.3 Очевидно, что в данном циклическом процессе газ получает теплоту только на участке 1-2. Согласно первому закону термодинамики это количество теплоты рассчитывается по формуле

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}. \tag{16}$$

Здесь изменение внутренней энергии

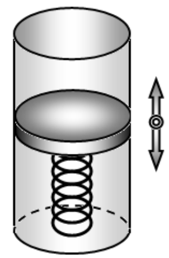
$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) = 12RT_0 = 12P_0V_0; \tag{17}$$

А работа на этом участке равна площади трапеции под отрезком прямой 1-2:

$$A_{12} = \frac{P_1 + P_3}{2}(V_3 - V_1) = 4P_0V_0. \tag{18}$$

Таким образом, КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A_\Sigma}{Q_{12}} = \frac{2P_0V_0}{12P_0V_0 + 4P_0V_0} = \frac{1}{8} = 12{,}5\%. \tag{19}$$



3.2.4 Процесс, в котором давление возрастает пропорционально объему можно реализовать в сосуде с подвижным поршнем, если поршень прикреплен ко дну сосуда пружиной. Если пренебречь длиной пружины в недеформированном состоянии и внешним давлением, то процесс расширения газа будет описываться уравнением (12).