

1.8. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

• **1.8.1.** Струя воды из шланга вылетает со скоростью $v = 50$ м/с под углом $\alpha = 35^\circ$ к горизонту. Найдите дальность полета и наибольшую высоту подъема струи.

• **1.8.2.** Под каким углом к горизонту следует бросить тело, чтобы максимальная высота его подъема была равна дальности бросания?

1.8.3. Футболист забивает штрафной гол с расстояния $l = 11$ м точно под перекладину ворот, высота которых $h = 2,5$ м. Какую скорость v и под каким углом α к горизонту сообщил мячу футболист?

1.8.4. Два тела брошены с земли под углами $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ к горизонту из одной точки. Каково отношение максимальных высот подъема этих тел, если они упали на землю также в одной точке?

1.8.5. Два камня бросают с равными начальными скоростями под углами α и 2α к горизонту. Определите значение угла α , если дальность полета первого камня в 3 раза больше дальности полета второго.

1.8.6. Какой должна быть минимальная скорость у мальчика, чтобы он смог перепрыгнуть канаву шириной $s = 3$ м?

1.8.7. Двое играют в мяч, бросая его друг другу. Какой максимальной высоты достигает мяч во время игры, если от одного игрока к другому он летит $t = 2$ с?

1.8.8. Из шланга, установленного на земле, бьет струя воды со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найдите максимальную площадь s , которую можно полить из этого шланга, если его можно располагать под любым углом к земле.

1.8.9. Мяч брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пролетев по горизонтали расстояние $l_1 = 6$ м, он идеально упруго ударяется о стенку и падает на расстоянии $l_2 = 10$ м от нее. Найдите начальную скорость мяча.

1.8.10. Из отверстия шланга, прикрытого пальцем, бьют две струи под углами $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 45^\circ$ к горизонту с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 19,6$ м/с. На каком расстоянии по горизонтали от отверстия шланга они пересекаются?

1.8.11. В цилиндрической лунке прыгает шарик (рис. 1.8.1), упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Время, в течение которого шарик движется слева направо, $t_1 = 0,3$ с, а при движении справа налево — $t_2 = 0,4$ с. Определите радиус лунки.

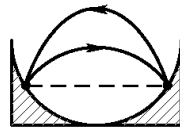


Рис. 1.8.1

1.8.12. Тело брошено со скоростью $v_0 = 19,6$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Определите перемещение тела за $t = 1$ с движения. Под каким углом β к горизонту в этот момент времени будет находиться тело, если смотреть на него из точки бросания?

1.8.13. Для тела, брошенного с земли с начальной скоростью $v_0 = 19,6$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, постройте график зависимости проекции v_y скорости от координаты x .

1.8.14. Тело брошено с поверхности земли с начальной скоростью $v_0 = 19,6$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найдите перемещение тела от начальной точки бросания до ближайшей точки, в которой нормальное ускорение тела $a_n = 8$ м/с².

1.8.15. Тело брошено со скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найдите радиусы кривизны траектории тела: а) в начальный момент движения; б) спустя время $t = 0,5$ с после начала движения; в) в точке наивысшего подъема тела над поверхностью земли.

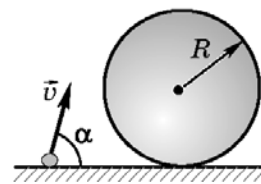


Рис. 1.8.2

1.8.16. Мяч радиусом $R = 0,2$ м лежит на поверхности стола (рис. 1.8.2.). С какой наименьшей скоростью нужно бросить монетку с поверхности стола, чтобы она перелетела через мяч?

• **1.8.17.** С вершины горы под углом наклона $\alpha = 30^\circ$ бросают камень с начальной скоростью $v = 6$ м/с перпендикулярно склону горы. На каком расстоянии от точки бросания упадет камень?

• **1.8.18.** Лучник находится на крепостной стене. Стрела, выпущенная из лука со скоростью $v_0 = 40$ м/с под некоторым углом к горизонту, побывала дважды на высоте $h = 30$ м над землей в моменты времени $t_1 = 1$ с и $t_2 = 3$ с после выстрела. Найдите время полета стрелы до падения на землю.

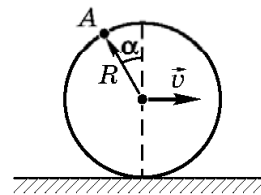


Рис. 1.8.3

1.8.19. С колеса автомобиля, движущегося со скоростью $v = 120$ км/ч, слетают комки грязи. На какую максимальную высоту над поверхностью дороги будет подбрасываться грязь, оторвавшаяся от точки A колеса, указанной на рисунке 1.8.3? Радиус колеса $R = 60$ см, угол $\alpha = 30^\circ$. Колеса на поверхности дороги не пробуксовывают.

• **1.8.20.** Мальчик находится на расстоянии $s = 5$ м от забора высотой $H = 2,5$ м. С какой минимальной скоростью мальчик должен бросить маленький мяч, чтобы тот перелетел через забор? Бросок произведен с высоты $h = 1,5$ м от поверхности земли.

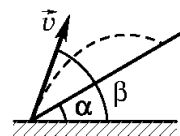


Рис. 1.8.4

1.8.21. Из миномета ведут стрельбу по объектам, расположенным на склоне горы (рис. 1.8.4). Под каким углом β к горизонту должен стрелять миномет, чтобы расстояние от него до точки падения было наибольшим? Склон горы составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$.

1.8.22. Маленький шарик роняют с высоты $h = 50$ см на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. Найдите расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость. Соударения считать абсолютно упругими.

1.8.23. Шарик свободно падает с высоты h на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом (рис. 1.8.5). Найдите отношение расстояний между точками, в которых шарик ударяется о наклонную плоскость. Соударения считать абсолютно упругими.

1.8.24. Тело свободно падает с высоты $H = 4$ м. На высоте $h = 2$ м оно упруго ударяется о небольшую площадку, закрепленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (рис. 1.8.6). Найдите время движения тела и его дальность полета.

1.8.25. С балкона, с высоты $H_0 = 7$ м упал камешек и на высоте $h_0 = 5$ м ударился о козырек подъезда, расположенный под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Считая удар абсолютно упругим, определите, упадет ли камешек на крышу микроавтобуса высотой $L = 2$ м, припаркованного у подъезда, как показано на рисунке 1.8.7 ($s_1 = 4$ м; $s_2 = 7$ м).

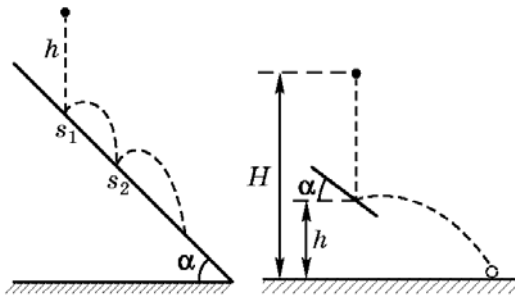


Рис. 1.8.5

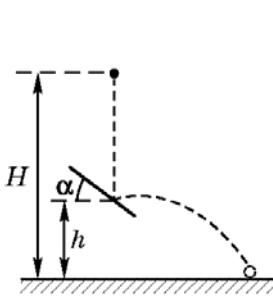


Рис. 1.8.6

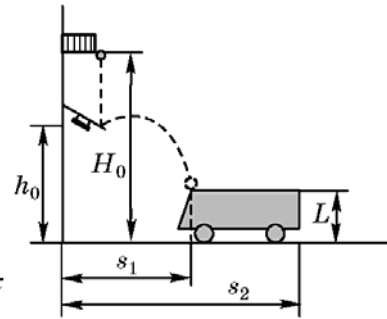


Рис. 1.8.7

1.8.26. Бомбардировщик пикирует на цель под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 100$ м/с и сбрасывает бомбу на высоте $h = 600$ м. На каком расстоянии по горизонтали от цели надо освободить бомбу, чтобы она попала в цель? Рассмотрите случаи: а) цель неподвижна; б) цель приближается по курсу самолета со скоростью $v = 20$ м/с.

1.8.27. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью $v_0 = 300$ м/с каждый: первый — под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, второй — под углом $\beta = 30^\circ$ (азимут один и тот же). Найдите интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.8.28. Модель самолета летит горизонтально на высоте $h = 9,8$ м со скоростью $v = 9,8$ м/с. Под каким углом к горизонту мальчик должен бросить камень со скоростью $v_0 = 19,6$ м/с, чтобы он попал в самолет? В момент броска модель самолета была над мальчиком. В какой момент времени камень попадет в цель?

1.8.29. Два мальчика стоят на расстоянии $s = 4,8$ м друг от друга. Один мальчик бросает вертикально вверх спичечный коробок со скоростью $v = 6$ м/с. Второй мальчик стреляет из рогатки камешком так, что камешек попадает в коробок, находящийся в верхней точке своей траектории. С какой скоростью камешек вылетел из рогатки?

1.8.30. Со стола высотой $h = 1,2$ м сбрасывают шарик, сообщая ему горизонтальную скорость $v_1 = 1$ м/с. В момент, когда шарик в третий раз ударяется о пол, с того же стола сбрасывают другой шарик, сообщая ему такую скорость, чтобы он столкнулся с первым шариком. На какой высоте $h_{ст}$ произойдет столкновение шариков? Найдите начальную скорость второго шарика. Удар о пол можно считать идеально упругим.

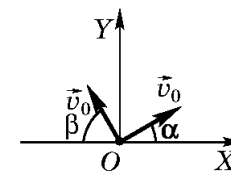


Рис. 1.8.8

1.8.31. Из точки $x_0 = y_0 = 0$ в момент времени $t_0 = 0$ одновременно брошены два тела с начальной скоростью $v_0 = 15$ м/с каждое под разными углами $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ к горизонту соответственно (рис. 1.8.8). Найдите скорость движения тел друг относительно друга и расстояние между телами в момент времени $t = 3$ с.

Ответы:

1.8.3. $v = \sqrt{g \frac{l^2 + 4h^2}{2h}} \approx 15,8$ м/с;

$\alpha = \arctg \frac{2h}{l} \approx 24,3^\circ$.

1.8.4. $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$.

1.8.5. $\alpha = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{6} = 40,2^\circ$.

1.8.6. $v = \sqrt{sg} \approx 5,4$ м/с.

1.8.7. $h = \frac{gt^2}{8} = 4,9$ м.

1.8.8. $S = \frac{\pi v_0^4}{g^2} \approx 1655,2$ м².

1.8.9. $v = \sqrt{\frac{g(l_1 + l_2)}{\sin 2\alpha}} = 13,6$ м/с.

1.8.10. $x = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cos \beta}{g \sin(\alpha + \beta)} = 49,7$ м.

1.8.11. $R = \frac{gt_1 t_2}{2\sqrt{2}} \approx 0,42$ м.

1.8.12. $\Delta r = 16,6$ м; $\beta \approx 32,7^\circ$.

1.8.13. $v_y = 9,8 - 0,58x$; рис. 8.

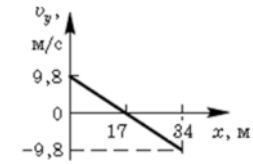


Рис. 8

1.8.14. $\Delta r = 15,5$ м.

1.8.15. а) $R_0 \approx 81,6$ м; б) $R_1 \approx 42,7$ м;

в) $R_k = 10,2$ м.

1.8.16. $v = \sqrt{6gR} \approx 11,8$ м/с.

1.8.19.

$h = R(1 + \cos \alpha) + \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} \approx 7,5$ м.

1.8.21. $\beta = \frac{1}{2} \arctg \left(-\frac{\text{ctg } \alpha}{2} \right) \approx 69,5^\circ$.

1.8.22. $l = \frac{4v_0^2 \sin \alpha}{g} \approx 2,88$ м.

1.8.23. $s_1 : s_2 : s_3 \dots = 1 : 2 : 3 \dots$

1.8.25. $x = 2(H_0 - h_0) \sin 2\alpha \times$
 $\times \left(\cos 2\alpha + \sqrt{\cos^2 2\alpha + \frac{h_0 - L}{H_0 - h_0}} \right) =$
 $= 6,8 \text{ м.}$ Так как $s_1 < x < s_2$, то упа-
дет.

1.8.26. а) $s = \frac{v_0 \cos \alpha}{g} \left(v_0 \sin \alpha + \right.$
 $\left. + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} \right) = 9032 \text{ м;}$

б) $s = \frac{v_0 \cos \alpha + v}{g} \left(v_0 \sin \alpha + \right.$
 $\left. + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} \right) = 14\,451 \text{ м.}$

1.8.27. $\Delta t \approx 10 \text{ с.}$

1.8.28. $\alpha = \arccos \frac{v}{v_0} = 60^\circ;$

$t = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_0 v} - \sqrt{v_0^2 - v^2 - 2gh}}{g} = 0,73 \text{ с.}$

1.8.31. $v_{\text{отк}} = 2v_0 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 1,2 \text{ м/с;}$

$s = 2v_0 t \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 63,6 \text{ м.}$