

1.6. Вращательное движение

1.6.1. Корабль-спутник «Восток-5» с космонавтом Николаевым на борту совершил $N = 64$ оборота вокруг Земли за $t = 95$ ч. Определите период обращения спутника и угловую скорость его движения.

1.6.2. Частота вращения воздушного винта самолета $n = 1500$ об/мин. Сколько оборотов сделает винт на пути $l = 90$ км при скорости полета $v = 180$ км/ч?

1.6.3. Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии $l = 0,6$ м друг от друга, вращается с частотой $n = 1500$ об/мин. Пуля, летящая вдоль оси (рис. 1.6.1), пробивает оба диска; при этом отверстие во втором диске смещено относительно отверстия в первом на угол $\varphi = 6,28^\circ$. Найдите скорость пули.

1.6.4. Две точки M и K движутся по окружности (рис. 1.6.2) с постоянными угловыми скоростями $\omega_M = 0,4$ рад/с, $\omega_K = 0,1$ рад/с. В начальный момент времени угол между радиусами точек $\varphi = \pi/2$. В какие моменты времени точки будут встречаться?

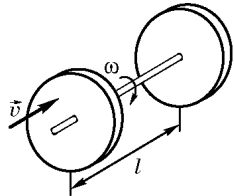


Рис. 1.6.1

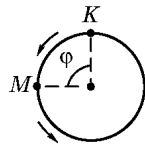


Рис. 1.6.2

1.6.5. Две точки равномерно движутся по окружности. Первая точка движется по часовой стрелке, делая один оборот за $T = 5$ с, вторая движется против часовой стрелки и частота ее обращения $n = 0,6$ об/с. Сколько раз они встретятся за $t = 20$ с движения?

1.6.6. Сколько раз за сутки встречаются часовая и минутная стрелки часов? Период вращения часовой стрелки $T_{\text{ч}} = 12$ ч, минутной стрелки $T_{\text{м}} = 1$ ч.

1.6.7. При увеличении в $n = 4$ раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника планеты период его обращения увеличивается в $k = 8$ раз. Во сколько раз и как изменяется скорость движения спутника по орбите?

1.6.8. Первая в мире орбитальная космическая станция, образованная в результате стыковки космических кораблей «Союз-4» и «Союз-5», имела период обращения $T = 88,85$ мин и среднюю высоту над поверхностью Земли $h = 230$ км (считаем орбиту круговой). Найдите среднюю скорость движения станции.

1.6.9. Малый шкив ременной передачи имеет радиус $R_1 = 12$ см и вращается с частотой $n_1 = 320$ об/мин. Найдите частоту вращения большого шкива, радиус которого $R_2 = 24$ см, а также линейную скорость точек ремня шкива, который движется без проскальзывания.

1.6.10. Диск равномерно вращается относительно оси, проходящей через его центр и ему перпендикулярной. Линейная скорость края диска $v_1 = 40$ м/с. У точек, расположенных на расстоянии $l = 10$ см ближе к оси, скорость $v_2 = 30$ см/с. Найдите радиус диска.

• **1.6.11.** Найдите частоту равномерного вращения колеса, если линейная скорость точки, лежащей на его ободе, $v_1 = 4$ м/с и в $k = 2$ раза больше скорости точки, лежащей на $d = 10$ см ближе к оси колеса.

1.6.12. Две материальные точки одновременно начали движение с одинаковой постоянной скоростью $v = 5$ см/с: одна — по окружности радиусом $r = 50$ см, другая — по окружности радиусом $R = 1$ м (рис. 1.6.3). Найдите угол между направлениями ускорений через время $t = 31,4$ с после начала движения.

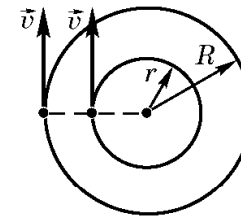


Рис. 1.6.3

• **1.6.13.** Однородный диск радиусом $R = 0,4$ м катится без проскальзывания со скоростью $v = 4$ м/с (рис. 1.6.4). Найдите скорости точек диска A, B, C, D (точка D лежит посередине радиуса). Угол $\alpha = 60^\circ$.

• **1.6.14.** Колесо радиусом $R = 0,3$ м, пробуксовывая, катится по ровной горизонтальной дороге. Найдите угловую скорость вращения колеса (рис. 1.6.5), если скорость его нижней точки $v_1 = 3$ м/с, а верхней $v_2 = 9$ м/с.

• **1.6.15.** Колесо, проскальзывая, катится по горизонтальной поверхности (рис. 1.6.6). В некоторый момент времени скорость самой верхней точки колеса $v_1 = 8$ м/с, центра колеса — $v = 6$ м/с. С какой скоростью и в каком направлении движется нижняя точка колеса?

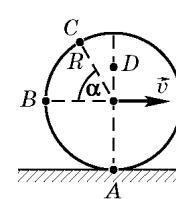


Рис. 1.6.4

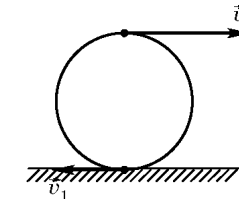


Рис. 1.6.5

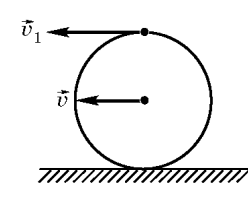


Рис. 1.6.6

1.6.16. Цилиндр радиусом $R = 10$ см зажат между параллельными рейками, движущимися со скоростями $v_1 = 5$ м/с и $v_2 = 3$ м/с (рис. 1.6.7). Найдите скорость поступательного движения цилиндра и его угловую скорость вращения.

• **1.6.17.** Шар радиусом $R = 30$ см катится без проскальзывания по двум параллельным доскам, расстояние между которыми $d = 36$ см (рис. 1.6.8). В некоторый момент времени скорость центра шара $v = 2$ м/с. Определите скорости верхней и нижней точек шара в этот же момент времени.

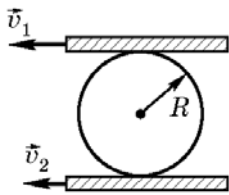


Рис. 1.6.7

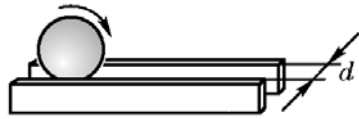


Рис. 1.6.8

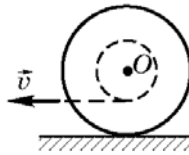


Рис. 1.6.9

• **1.6.18.** Катушка с намотанной на ней нитью лежит на горизонтальной поверхности и может катиться по ней без скольжения (рис. 1.6.9). Внешний радиус катушки $R = 1$ см, внутренний — $r = 0,6$ см.

1. С какой скоростью и в каком направлении будет перемещаться ось катушки O , если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью $v = 4$ см/с?

2. Чему равна угловая скорость вращения катушки?

1.6.19. На катушку, изображенную на рисунке 1.6.10, намотаны две нити: конец одной закреплен, к концу второй привязан груз. Отношение внешнего радиуса к внутреннему $R/r = 2$. Найдите отношение скоростей, с которыми опускаются груз и ось катушки.

1.6.20. На катушку, изображенную на рисунке 1.6.11, намотаны две нити: один конец закреплен, к концу второй привязан груз. Внешний радиус катушки $R = 3$ см, внутренний — $r = 2$ см. В некоторый момент времени скорость оси катушки $v_0 = 0,5$ м/с. Чему равна в этот момент скорость груза и куда она направлена?

• **1.6.21.** Определите вызванные суточным вращением Земли линейную скорость и центростремительное ускорение точек земной поверхности: на экваторе, на широте $\varphi = 45^\circ$ и на полюсе.

1.6.22. Точка движется по окружности радиусом $R = 0,5$ м. Определите ее перемещение за время, в течение которого она совершит: а) 1 оборот; б) $\frac{1}{2}$ оборота; в) $\frac{1}{4}$ оборота; г) $\frac{1}{6}$ оборота.

1.6.23. Автомобиль движется по закругленному шоссе, имеющему радиус кривизны $R = 40$ м. Закон движения автомобиля имеет вид $s = 4 + 12t - 0,5t^2$. Найдите: скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения в момент времени $t = 2$ с.

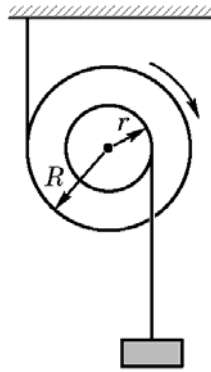


Рис. 1.6.10



Рис. 1.6.11

1.6.24. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1$ м. Пройденный путь зависит от времени по закону $s = 2t$. Найдите: а) линейную и угловую скорости точки; б) нормальное ускорение точки; в) число оборотов, которые она сделает за любые $\Delta t = 10$ с движения.

1.6.25. По окружности радиусом $R = 10$ м одновременно движутся две точки так, что законы их движения имеют вид: $\varphi_1 = -2 + 2t$ и $\varphi_2 = 3 - 4t$.

1. Определите их относительную скорость в момент времени $t_1 = 2$ с.

2. Найдите время между двумя последовательными встречами точек.

• **1.6.26.** Вал радиусом $R = 5$ см начинает равноускоренно вращаться и за первые $t = 10$ с совершает $N = 50$ оборотов. Определите угловое ускорение, конечную скорость вала, тангенциальное ускорение, конечные нормальное ускорение и линейную скорость наиболее удаленной точки вала от оси вращения.

• **1.6.27.** Колесо вращается по закону: $\varphi = 40 + 50t - 25t^2$. Найдите число оборотов, которые сделает колесо до полной остановки, и путь, пройденный за это же время точкой колеса, лежащей на его ободе. Радиус колеса $R = 0,5$ м.

• **1.6.28.** Точка начинает движение ($v_0 = 0$) по окружности радиусом $R = 40$ см с постоянным касательным ускорением $a_\tau = 10$ см/с². Спустя какое время после начала движения центростремительное ускорение будет в $k = 4$ раза больше касательного? Каков будет угол между скоростью и полным ускорением в этот момент времени? Сколько оборотов сделает точка по окружности за это время?

1.6.29. Шкив радиусом $R = 0,2$ м приводится во вращение с помощью веревки, намотанной на него (рис. 1.6.12). Конец веревки тянут с ускорением $a = 1$ см/с². Найдите: а) угловое ускорение шкива; б) угловую скорость шкива спустя $\Delta t_1 = 10$ с после начала вращения; в) тангенциальное ускорение точки A . На какой угол повернется шкив спустя $\Delta t_2 = 4$ с после начала вращения?

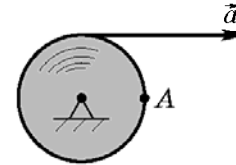


Рис. 1.6.12

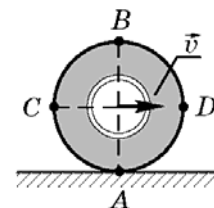


Рис. 1.6.13

1.6.30. Скорость поступательного движения колеса, катящегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности (рис. 1.6.13), изменяется со временем по закону $v = 4 + 2t$. Радиус колеса $R = 0,5$ м.

1. Найдите скорости точек колеса A, B, C, D , лежащих на концах взаимно перпендикулярных диаметров, один из которых горизонтален, в момент времени $t_1 = 0,5$ с.

2. Найдите угловую скорость вращения колеса в момент времени $t_2 = 1$ с.

Ответы:

1.6.1. $T = \frac{t}{N} = 89$ мин;

$\omega = \frac{2\pi N}{t} = 0,001$ рад/с.

1.6.2. $N = n \frac{l}{v} = 45\,000$.

1.6.3. $v = \frac{2\pi l n \varphi}{\varphi} = 859,5$ м/с.

1.6.4. $t = \frac{2\pi(n+1) - \varphi}{\omega_M - \omega_K}$, где $n = 0,$

1, 2, ... ; $t_1 = 15,7$ с; $t_2 = 36,6$ с, ...

1.6.5. $N = \frac{t(1+nt)}{T} = 16$.

1.6.6. $N = \frac{t(T_{\text{ч}} + T_{\text{м}})}{T_{\text{ч}} T_{\text{м}}} = 26$ раз, не

считая того раза, когда стрелки часов могут быть вместе в начальный момент времени.

1.6.7. Уменьшится в $\frac{k}{n} = 2$ раза.

1.6.8. $v = \frac{2\pi(R_3 + h)}{T} = 7538$ м/с.

1.6.9. $n_2 = n_1 \frac{R_1}{R_2} = 160$ об/мин;

$v = 2\pi n_1 R_1 = 4$ м/с.

1.6.10. $R = \frac{lv_1}{v_1 - v_2} = 40$ см.

1.6.12. $\varphi = \frac{(R-r)vt}{Rr} = 1,57$ рад \approx

$\approx 90^\circ$.

1.6.16. $v = \frac{v_1 + v_2}{2} = 4$ м/с;

$\omega = \frac{v_1 + v_2}{2R} = 10$ рад/с.

1.6.19. $\frac{v_{\text{гр}}}{v_{\text{кат}}} = 1 + \frac{r}{R}$.

1.6.20. $v = v_0 \left(\frac{R}{r} - 1 \right) = 0,25$ м/с;

вверх.

1.6.22. $\Delta r = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$; а) 0; б) 1 м;

в) 0,7 м; г) 0,5 м.

1.6.23. $v = 12 - t = 10$ м/с;

$a_{\tau} = -1$ м/с²; $a_n = \left(\frac{12-t}{R} \right)^2 = 2,5$ м/с²;

$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} \approx 3$ м/с².

1.6.24. а) $v = 2$ м/с; $\omega = 2$ рад/с;

б) $a_n = 4$ м/с²; в) $N = 3,2$ оборота.

1.6.25. 1) $v = 56,6$ м/с; 2) $t_2 = 1,05$ с.

1.6.29. а) $\varepsilon = 0,05$ рад/с²; б) $\omega = 0,5$ рад/с; в) $a_{\tau} = 1$ см/с². На угол $\Delta\varphi = 0,4$ рад.

1.6.30. 1) $v_A = 0$; $v_B = 2(4 + 2t_1) = 10$ м/с; $v_C = v_D = (4 + 2t_1)\sqrt{2} = 7$ м/с.

2) $\omega = \frac{(4 + 2t_2)^2}{R} = 72$ рад/с.