

7.6. Вынужденные колебания

• **7.6.1.** По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии $l = 30$ см друг от друга. По этой дороге покатали детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на $x_0 = 2$ см под действием груза массой $m_0 = 1$ кг. С какой скоростью v катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски $M = 10$ кг.

7.6.2. Через ручей переброшена длинная узкая доска. Когда мальчик стоит на ней неподвижно, она прогибается на $\Delta x = 10$ см. Когда же мальчик идет по доске со скоростью $v = 3,6$ км/ч, то она начинает раскачиваться так, что он падает в воду. Какова длина шага мальчика?

7.6.3. Автомобиль с двухколесным автоприцепом движется по дороге, выложенной из бетонных неплотно пригнанных плит длиной $l = 10$ м каждая. Оцените, при какой скорости автомобиля прицеп будет «подпрыгивать» на стыках наиболее сильно, если масса прицепа $m = 100$ кг, а жесткость пружин амортизаторов каждого из его колес $k = 5 \cdot 10^3$ Н/м.

• **7.6.4.** Грузовые весы массой $m = 3$ т, установленные на 4-х одинаковых пружинах жесткостью $k = 10^6$ Н/м каждая, предназначены для взвешивания больших грузов, например автомобилей до и после загрузки. Оцените количество взвешиваний в течение часа, при котором весы давали бы особенно неверные показания. Оценку произвести в предположении, что интенсивность движения автомобилей через весы равномерная.

7.6.5. На чашку массой $m = 50$ г пружинных весов с жесткостью пружины $k = 10$ Н/м роняют с некоторой высоты маленький шарик. Оцените высоту, с которой должен падать шарик, чтобы возникающие в системе колебания происходили с наибольшей амплитудой. Сопротивление воздуха не учитывать, соударения шарика с чашкой весов считать абсолютно упругими. Оценку произвести в предположении, что после каждого отскока модуль скорости шарика фактически равен модулю его скорости до соударения.

7.6.6. В горизонтальной плоскости расположена доска. На доске лежит шайба. Доска колеблется гармонически в горизонтальной плоскости с периодом $T = 4$ с. Когда амплитуда колебаний становится равной $A = 0,4$ м, шайба начинает проскальзывать по доске. Найдите коэффициент трения μ между шайбой и доской.

• **7.6.7.** Горизонтальная доска совершает гармонические колебания в вертикальной плоскости с частотой $\nu = 2$ Гц. Может ли небольшое тело, находящееся на этой доске, не отрываться от ее поверхности в процессе колебаний, если амплитуда колебаний доски $A = 10$ см? Ответ обосновать.

7.6.8. Груз массой $m = 150$ г, подвешенный на нити длиной $l = 0,2$ м, совершает колебания в вертикальной плоскости, при которых угол отклонения груза от положения равновесия изменяется по закону $\varphi = 0,05 \sin 20t$. Найдите зависимости силы натяжения нити и скорости груза от времени t .

Ответы:

$$7.6.2. l = 2\pi v \sqrt{\frac{\Delta x}{g}} \approx 6,3 \text{ см.}$$

$$7.6.3. v = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

$$7.6.5. h = \frac{\pi^2 m g}{2k} = 24 \text{ см.}$$

$$7.6.6. \mu = \frac{4\pi^2 A}{g T^2} = 0,1.$$

$$7.6.8. T = 1,47 \cos(0,05 \sin 20t) + 6 \cdot 10^{-3} \cos^2 20t;$$

$$v = \omega A l \cos \omega t = 0,2 \cos 20t.$$