

Закон сохранения механической энергии и импульса.

91. Граната разрывается в наивысшей точке траектории на два одинаковых осколка. Один из осколков летит в обратном направлении с той же по модулю скоростью, которую имела граната до разрыва. На каком расстоянии l от места бросания гранаты упадет на землю второй осколок, если расстояние по горизонтали от места бросания до точки, над которой произошел разрыв гранаты, составляет $a = 15$ м? Граната брошена от поверхности земли. [$l = 4a = 60$ м]

92. Граната массой $m = 1$ кг разорвалась на высоте $h = 6$ м над землей на два осколка. Непосредственно перед разрывом скорость гранаты была направлена горизонтально и по модулю равна $v = 10$ м/с. Один осколок массой $m_1 = 0,4$ кг полетел вертикально вниз и упал на землю под местом разрыва со скоростью $v_1 = 40$ м/с. Определите модуль скорости второго осколка сразу после разрыва? [$v_2 = \sqrt{m^2v^2 + m_1^2(v_1^2 - 2gh)} / (m - m_1) = 30,6$ м/с]

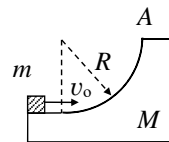
93. Кузнечик сидит на одном из концов соломинки длиной $l = 50$ см, покоящейся на гладком полу. С какой минимальной относительно пола скоростью v_0 он должен прыгнуть, чтобы при приземлении попасть точно на второй конец соломинки? Масса кузнечика в $\alpha = 3$ раза больше массы соломинки. Размерами кузнечика и трением между соломинкой и полом пренебречь. [$v_0 = \sqrt{gl / (1 + \alpha)} = 1,1$ м/с]

94. Из пушки производится выстрел таким образом, что дальность полета снаряда в $\alpha = 2$ раза превышает максимальную высоту траектории. Считая известной величину начального импульса снаряда $p_0 = 1000$ кг·м/с, определите величину его импульса p в верхн ей точке траектории.

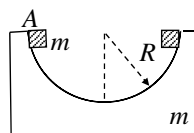
$$[p = p_0 / \sqrt{1 + 16 / \alpha^2} = 447 \text{ кг} \cdot \text{м/с}]$$

95. На гладком горизонтальном столе покоится «горка» (рис.), угол наклона которой плавно изменяется от некоторого значения до нуля. С вершины «горки» соскальзывает без трения небольшое тело массой m . Какова будет скорость тела после соскальзывания, если высота «горки» h , масса M . Трением между горкой и столом пренебречь. [$u = \sqrt{2gh / (1 + m / M)}$]

96. На пути тела A , скользящего по гладкому горизонтальному столу, находится незакрепленная «горка» высотой H . При какой минимальной скорости тело сможет преодолеть «горку»? Тело движется не отрываясь от горки. Трения нет. Масса горки M , масса тела m . [$u = \sqrt{2gH(1 + m / M)}$]



97. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массой m_1 с углублением полусферической формы радиусом R (рис.). Из точки A без трения соскальзывает маленькая шайба массой m_2 . Найти максимальную скорость бруска при его последующем движении. [$v_{\max} = 2m_2\sqrt{2gR} / (m_1 + m_2)$]



98. Клин массой $M = 0,5$ кг с углом при основании $\alpha =$

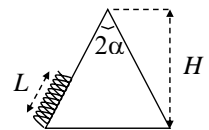
30° покоится на гладкой горизонтальной плоскости. На наклонную поверхность клина ставят заводной автомобиль массой $m = 0,1$ кг и опускают без начальной скорости, после чего автомобиль начинает движение вверх по клину. Найдите скорость автомобиля относительно клина в момент, когда клин приобретет относительно плоскости скорость $v = 2$ см/с.

$$[u = (M + m)v / m \cos \alpha = 14 \text{ см/с}]$$

99. На прямолинейном горизонтальном участке пути стоят $N = 5$ отдельных вагонов. Промежутки между соседними вагонами одинаковы и равны $L = 30$ м. К крайнему вагону подкатывается еще один такой же вагон, имеющий скорость $v_0 = 2$ м/с. В результате N последовательных столкновений, в каждом из которых сталкивающиеся вагоны сцепляются вместе, все $N + 1$ вагонов соединяются в один состав. Найти время t между первым и последним столкновением. Силами сопротивления движению вагонов пренебречь. [$t = L(N^2 + N - 2) / 2v_0 = 210$ с]

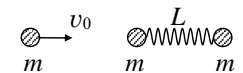
100. Два небольших тела, находящиеся на концах горизонтального диаметра гладкой полусферы радиуса $R = 20$ см, соскальзывают без начальных скоростей навстречу друг другу. После столкновения тела «слипаются» и далее движутся как одно целое. Найти отношение α масс тел, если максимальная высота над нижней точкой полусферы, на которую поднимаются слипшиеся тела после столкновения, $h = 5$ см. Трение не учитывать. [$\alpha = (1 + \sqrt{h/R}) / (1 - \sqrt{h/R}) = 3$]

101. Гибкая однородная цепь длиной L может двигаться по желобу, имеющему форму равнобедренного треугольника с углом 2α при вершине и расположенному в вертикальной плоскости. Трение отсутствует, предполагается, что цепь прилегает к желобу. Найти наименьшую начальную скорость цепи, необходимую для преодоления горки. В начальный момент положение цепи показано на рисунке.



$$[v = \sqrt{2g(H - 3L \cos \alpha / 4)}]$$

102. Два шарика с одинаковой массой m соединены невесомой пружиной (рис.) жесткости k и длиной L и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Третий шарик массой m движется со скоростью v_0



по линии, соединяющей центры первых двух, и упруго соударяется с одним из них. Предполагая, что время соударения шариков мало по сравнению со временем деформации пружины, определить максимальное расстояние между первыми двумя шариками при их дальнейшем движении.

$$[L_{\max} = L + v_0\sqrt{m / 2k}]$$

103. Два груза массами m_1 и m_2 подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Оба груза вначале неподвижны и находятся на одной высоте h над горизонтальной подставкой. Найти величину изменения импульса системы грузов Δp за время, прошедшее от начала их движения до

момента, когда один из грузов коснется подставки. Нить невесома и нерастяжима, блок невесом. $[\Delta p = |m_2 - m_1| \sqrt{2gh} |m_2 - m_1| / (m_2 + m_1)]$

104. Тело массой $m_0 = 0,1$ кг подвешено на длинной невесомой нити. Нить отклонили так, что тело поднялось на высоту $h = 0,4$ м. После этого тело отпустили. В момент, когда оно проходило нижнюю точку траектории, в тело попал точно летевший пластилиновый шарик, который прилип к телу, после чего тело остановилось. С какой скоростью летел, если его масса $m_1 = 7$ г. $[v_1 = m_0 \sqrt{2gh} / m_1 = 40$ м/с]

105. Шар массой $M = 1$ кг подвешен на нити длиной $l = 1,25$ м. В шар попадает пуля массой $m = 10$ г, летевшая со скоростью $v = 500$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, и застревает в нем. Определить максимальный угол β отклонения нити от вертикали.

$$[\beta = \arccos[1 - m^2 v^2 \cos^2 \alpha / 2gl(m + M)^2]]$$

106. С горки высоты $h = 2$ м с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ начинают скатываться санки с нулевой начальной скоростью. Найти скорость санок v у основания горки, если на верхней половине горки коэффициент трения пренебрежимо мал, а на нижней половине коэффициент трения $\mu = 0,1$.

$$[v = \sqrt{gh(2 - \mu ctg \alpha)} = 6,1$$
 м/с]

107. С наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонталью, соскальзывает тело и ударяется о выступ, перпендикулярный наклонной плоскости. Считая удар о выступ абсолютно упругим, найти, на какую высоту h поднимется тело после удара. Начальная высота тела $H = 1$ м, коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0,5$.

$$[h = H(1 - \mu ctg \alpha) / (1 + \mu ctg \alpha) = 0,33$$
 м]

108. На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 100$ г. В брусок попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_1 = 800$ м/с, и пробивает его насквозь. Скорость пули после вылета из бруска $v_2 = 200$ м/с. Какое количество энергии Q перешло в тепло в процессе удара? Трением пренебречь.

$$[Q = m(v_1 - v_2)[v_1 + v_2 - m(v_1 - v_2) / M] / 2 = 2820$$
 Дж]

109. На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 4$ кг, прикрепленный к вертикальной стенке пружиной с коэффициентом упругости $k = 100$ Н/м. В центр бруска попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально и параллельно пружине, и застревает в нем. Определить скорость пули, если максимальное сжатие пружины после удара составило $\Delta l = 30$ см. Трением бруска о плоскость пренебречь.

$$[v = \Delta l \sqrt{(M + m)k} / m = 600$$
 м/с]

110. Из покоящейся пушки массой $M = 500$ кг, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, производится в горизонтальном направлении выстрел. После выстрела снаряд массой $m = 10$ кг имеет скорость относительно земли $v = 500$ м/с. Какое количество энергии E выделилось

при сгорании пороха, если кинетическая энергия снаряда и пушки после выстрела равна αE . При расчетах принять $\alpha = 1/3$.

$$[E = m(1 + m / M)v^2 / 2\alpha = 3,825$$
 МДж]

111. Граната брошена от поверхности земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. В верхней точке траектории граната разбивается на два одинаковых осколка, скорости которых сразу после взрыва направлены горизонтально. На каком расстоянии l друг от друга упадут осколки, если кинетическая энергия, сообщенная им при взрыве, $E = 18$ Дж, а масса гранаты $m = 1$ кг? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$[l = 2v_0 \sin \alpha \sqrt{2E / m} / g = 6$$
 м]

112. С пристани на палубу покоящегося непришвартованного катера массы $M = 500$ кг бросают с горизонтальной скоростью $v = 5$ м/с ящик массы $m = 50$ кг, который в результате трения о палубу останавливается на ней. Какое количество тепла Q выделится при трении ящика о палубу? Сопротивлением воды движению катера пренебречь.

$$[Q = m M v^2 / 2(m + M) = 568,2$$
 Дж]

113. Опираясь о барьер катка, мальчик бросил камень горизонтально со скоростью $v_1 = 5$ м/с. Какова будет скорость камня относительно мальчика, если он бросит камень горизонтально, совершив при броске прежнюю работу, но стоя на гладком льду? Масса камня $m = 1$ кг, масса мальчика $M = 50$ кг. Трением о лед пренебречь. $[v_2 = v_1 \sqrt{1 + m / M} = 5,05$ м/с]

114. Между двумя кубиками с массами m и M находится сжатая пружина. Если кубик с массой M удерживать на месте, а другой освободить, то он отлетает со скоростью v . С какой скоростью v_1 будет двигаться кубик массы m , если оба кубика освободить одновременно? Деформация пружины одинакова в обоих случаях. Трением и массой пружины пренебречь.

$$[v_1 = v \sqrt{M / (m + M)}]$$

115. Два тела, которые первоначально покоились на гладкой горизонтальной плоскости, расталкиваются зажатой между ними пружиной и начинают двигаться поступательно со скоростями $v_1 = 3$ м/с и $v_2 = 1$ м/с. Вычислите энергию W , которая была запасена в пружине, если известно, что суммарная масса обоих тел $M = 8$ кг. Пружина невесома. Трение отсутствует. $[W = M v_1 v_2 / 2 = 12$ Дж]

116. На невесомой нити, перекинутой через неподвижный цилиндр, подвешены два груза с массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 1$ кг. Первоначально грузы удерживают на одной высоте. При освобождении грузов без начальной скорости первый из них опускается на высоту $h = 2$ м за время $\tau = 1$ с, двигаясь равноускоренно. Какое количество тепла Q выделяется из-за трения нити о поверхность цилиндра за это время? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². $[Q = (m_1 - m_2)gh - 2(m_1 + m_2)h^2 / \tau^2 = 92$ Дж]