1.5. Движение по окружности. Вращательное движение твердого тела

Средние угловые скорость ω и ускорение ε точки при движении по окружности определены выражениями

$$<\omega>=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t},\ <\varepsilon>=\frac{\Delta\omega}{\Delta t};$$

при движении по окружности с постоянной угловой скоростью (ω = const)

$$\varphi(t)=\varphi_o+\omega t;$$

при движении по окружности с постоянным угловым ускорением (ε = const)

$$\omega(t)=\omega_o+\varepsilon t;\ \varphi(t)=\varphi_o+\omega_o t+\frac{1}{2}\varepsilon t^2.$$

Линейная скорость v точки при движении по окружности радиуса R с угловой скоростью ω равна

$$v=\omega R.$$

Ускорение точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории при движении точки по окружности радиуса R равно

$$a_\tau=\varepsilon R,\ a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R.$$

1.111[1]. Определите вид траектории материальной точки, которая начинает движение с некоторой начальной скоростью и имеет постоянное по величине ускорение, направление которого: *а*) постоянно; *б*) все время составляет угол 90° с вектором скорости точки, причем вектор ускорения лежит в одной и той же плоскости.

1.112[1]. Во сколько раз угловая скорость часовой стрелки больше угловой скорости суточного вращения Земли?

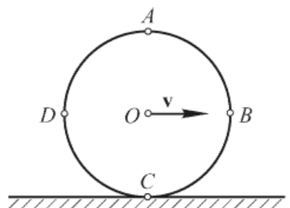
1.113[1]. При увеличении в 4 раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника Земли период его обращения увеличивается в 8 раз. Во сколько раз изменяется при этом скорость движения спутника по орбите?

1.114[1]. Точка движется по окружности с постоянной скоростью v = 0,5 м/с. Вектор скорости изменяет направление на Δφ = 30° за время Δt = 2 с. Каково нормальное ускорение точки?

1.115[1]. Каково ускорение точек земного экватора, обусловленное суточным вращением Земли? Во сколько раз n должна была бы увеличиться угловая скорость Земли, чтобы это ускорение стало равным g? Радиус Земли $R_З$ = 6400 км.

1.116[2]. С какой скоростью v и в какое время суток должен лететь самолет на широте Санкт-Петербурга (φ = 60°), чтобы летчик видел Солнце все время на юге?

1.117[2]. Сплошной диск катится без скольжения по горизонтальному участку дороги с постоянной скоростью v (см. рисунок). *а*) Докажите, что линейная скорость вращения относительно центра O любой точки диска, лежащей на его ободе, равна скорости поступательного движения диска v. б) Определите величину и направление скоростей точек A, B, C и D, лежащих на ободе диска, относительно неподвижного наблюдателя в тот момент, когда эти точки занимают показанное на рисунке положение. *в*) Какие точки диска имеют относительно неподвижного наблюдателя ту же по абсолютной величине скорость, что и центр диска?



К задаче 1.117

1.118[2]. Найдите нормальное ускорение точек колеса автомобиля, соприкасающихся с дорогой, если автомобиль движется со скоростью v = 11 км/ч, а его колеса делают n = 8 оборотов в секунду.

1.119[2]. Диск радиусом R = 10 см, начал вращение из состояния покоя с постоянным угловым ускорением ε = 0,50 рад/с^2. Каковы тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в момент времени t = 2,0 с после начала вращения?

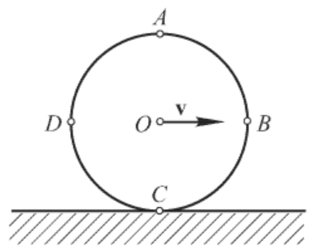
1.120[1]. Вал начинает вращение из состояния покоя и в первые t = 10 с совершает N = 50 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определите угловое ускорение ε и угловую скорость ω к концу десятой секунды вращения.

1.121[2]. Барабан начинает вращаться с постоянным угловым ускорением ε вокруг своей оси. По какому закону меняется с течением времени угол φ между векторами скорости и полного ускорения произвольной точки барабана? Каким будет значение φ_o этого угла к моменту, когда барабан сделает один полный оборот?

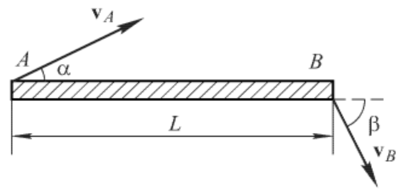
1.122[1]. Колесо имеет начальную частоту вращения ω = 5,0 с$^{-1}$. После торможения частота вращения колеса уменьшилась за время t = 1,0 мин до значения ν = 3,0 с$^{-1}$. Найдите угловое ускорение колеса ε и число оборотов N, сделанных им за время торможения t, считая ε = const.

1.123[1]. Лопасти вентилятора вращаются с частотой ν_o = 15 с$^{-1}$. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки N = 75 оборотов. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

1.124[2]. Плоский обруч движется так, что в некоторый момент времени скорости концов диаметра AB лежат в плоскости обруча и перпендикулярны этому диаметру (см. рисунок). Скорость точки A равна v_A, а скорость точки B равна v_B. Определите скорости концов диаметра CD, перпендикулярного AB, в этот же момент времени, считая, что эти скорости также лежат в плоскости обруча.



К задаче 1.124



К задаче 1.125

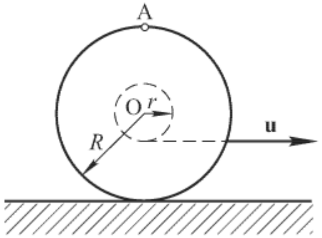
1.125[3]. Палочка AB длины L движется в плоскости чертежа (см. рисунок) так, что в данный момент времени скорость ее конца A направлена под углом α, а скорость конца B – под углом β к палочке. Значение скорости конца A равно v. Определите скорость v_B конца B.

1.126[2]. Тело брошено с отвесного обрыва высотой h с начальной скоростью v_o под углом α к горизонту. Определите величины нормального a_n и тангенциального

a_τ ускорения спустя время Δt после начала движения. Найдите радиус кривизны R траектории в ее высшей точке.

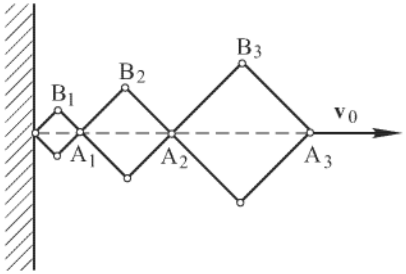
1.127[2]. Стержень длиной $2L$ движется в горизонтальной плоскости таким образом, что в некоторый момент времени скорость одного конца стержня равна v_1 и направлена под углом α к стержню, скорость второго конца v_2. Определите угловую скорость ω вращения стержня относительно его центра.

1.128[3]. Катушка с намотанной на нее нитью лежит на горизонтальной поверхности стола и катится по ней без скольжения под действием нити (см. рисунок). С какой скоростью v будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью u? Радиус внутренней части катушки r, внешней – R. Каковы будут скорость v_A и ускорение a_A точки A?

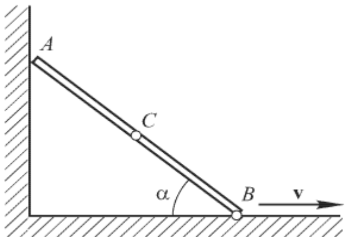


К задаче 1.128

1.129[4]. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, длины сторон которых относятся как 1:2:3 (см. рисунок). Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью v_o. Определите скорости вершин A_1, A_2, B_1 и B_2 в тот момент, когда все углы ромбов прямые.



К задаче 1.129



К задаче 1.130

1.130[4]. Концы A и B стержня AB скользят по сторонам прямого угла (см. рисунок). Как зависит от угла α ускорение середины стержня (точки C), если конец B движется с постоянной скоростью v? Длина стержня равна L.

Ответы:

1.5. Кинематика движения точки по окружности. Вращательное движение твердого тела.

1.111. а) Парабола; б) Окружность.

1.112. В два раза.

1.113. Уменьшится в два раза.

1.114. $a_n = v\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 0{,}13$ м/с^2.

1.115. $a = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2} = 3{,}4\cdot 10^{-2}$ м/с^2; $n = \sqrt{\dfrac{gT^2}{4\pi^2 R}} = 17$.

1.116. Самолет должен вылететь в полдень и лететь противоположно вращению Земли со скоростью $v = \dfrac{2\pi R}{T}\cos\varphi = 840$ км/ч.

1.117. *б*) $v_A = 2v$, точка A движется направо по горизонтали (см. рис. 1.117); $v_B = v_D = v\sqrt{2}$, точка B движется вертикально вниз, точка D – вертикально вверх, $v_C = 0$; *в*) точки, находящиеся на расстоянии радиуса диска от точки C.

1.118. $a_n = 2\pi n v = 10^3$ м/с^2.

1.119. $a_\tau = \varepsilon R = 5{,}0\cdot 10^{-2}$ м/с^2; $a_n = \varepsilon^2 R t^2 = 0{,}1$ м/с^2; $a = \varepsilon R\sqrt{1+\varepsilon^2 t^4} = 0{,}11$ м/с^2.

1.120. $\varepsilon = \dfrac{4\pi N}{t^2} = 6{,}3$ рад/с^2; $\omega = \dfrac{4\pi N}{t} = 63$ рад/с.

1.121. $\varphi(t) = arctg\left(\varepsilon t^2\right)$, $\varphi_o = arctg(4\pi) = 85{,}5^o$.

1.122. $\varepsilon = \dfrac{2\pi(v_o - v)}{t} = 0{,}21$ рад/с^2; $N = \dfrac{v_o + v}{2}t = 240$.

1.123. $t = \dfrac{2N}{v_o} = 10$ с.

1.124. $v_C = v_D = \sqrt{\dfrac{v_A^2 + v_B^2}{2}}$.

1.125. $v_B = v\dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta}$.

1.126. $a_n = \dfrac{g v_o \cos\alpha}{v}$; $a_\tau = \dfrac{g\,|\,v_o \sin\alpha - g\Delta t\,|}{v}$; $R = \dfrac{v_o^2\cos^2\alpha}{g}$.

1.127. $\omega = \dfrac{v_1\sin\alpha \pm \sqrt{v_2^2 - v_1^2\cos^2\alpha}}{2L}$ (при условии $v_1 \sin\alpha > v_2$).

1.128. $v = u\dfrac{R}{R-r}$, $v_A = 2u\dfrac{R}{R-r}$, $a_A = \dfrac{u^2 R}{\left(R-r\right)^2}$.

1.129. $v_{A1} = \dfrac{v_o}{6}$, $v_{A2} = \dfrac{v_o}{2}$, $v_{B1} = \dfrac{v_o\sqrt{2}}{12}$, $v_{B2} = \dfrac{v_o\sqrt{5}}{6}$.

1.130. $a_C = \dfrac{v^2}{2L\sin^3\alpha}$.