§ 1.10. СФЕРИЧЕСКОЕ ЗЕРКАЛО

Гладкая изогнутая поверхность тоже отражает световые лучи. Эти лучи могут образовывать изображение. Зеркальные шары, украшающие новогоднюю елку, выпуклые зеркала, устанавливаемые иногда на перекрестках дорог, наконец, кривые зеркала в аттракционе «комната смеха» — вот примеры изогнутых поверхностей, с помощью которых образуются изображения. Эти изображения уже не равны по размеру соответствующим предметам (как это имеет место в плоском зеркале). Да и расположены они не так, как расположено изображение в плоском зеркале.

Из всех возможных форм кривых зеркал мы ограничимся рассмотрением зеркал сферической формы. Их проще изготовить, и они применяются наиболее часто.

Сферическим зеркалом называют поверхность тела, имеющую форму сферического сегмента и зеркально отражающую свет.

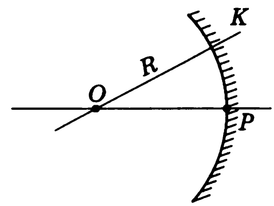

Рис. 1.33

Центр сферы, из которой вырезан сегмент, называют **оптическим центром** зеркала — точка O на рисунке 1.33.

Вершину сферического сегмента (точка P) называют **полюсом** зеркала. Любую прямую, проходящую через оптический центр, называют **оптической осью** зеркала — прямые OP, OK и др.

Среди оптических осей принято выделять одну главную. **Главной оптической осью** называют прямую, проходящую через оптический центр и полюс зеркала, — прямая OP. Главная оптическая ось отличается от остальных оптических осей зеркала, которые можно назвать **побочными**, лишь своим симметричным расположением по отношению к краям зеркала.

Если лучи отражаются от внутренней поверхности сферического сегмента, то зеркало называют **вогнутым**. В случае же отражения лучей от наружной поверхности зеркало называется **выпуклым**.

Формула сферического зеркала

Найдем связь между расстоянием d светящейся точки от зеркала, расстоянием f изображения этой точки от зеркала и радиусом R сферы, частью которой является зеркало. Рассмотрим сначала вогнутое зеркало.

Пусть светящаяся точка S расположена на главной оптической оси OP вогнутого зеркала, сечение APC которого изображено на рисунке 1.34. Из точки S на зеркало падает множество лучей, один из которых SP после отражения в точке P идет вдоль главной оси. Для этого луча угол падения, а следовательно, и угол отражения равен нулю, так как радиус OP является перпендикуляром (нормалью) к сферической поверхности. Построим ход произвольного луча SB, вышедшего из точки S и отразившегося от зеркала в точке B. Будем рассматривать лишь узкие, приосевые пучки лучей. Тогда точка B

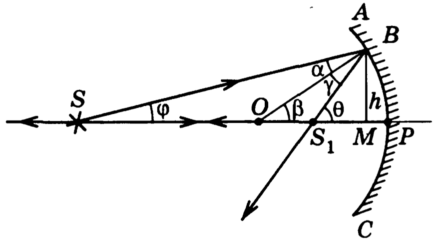

Рис. 1.34

окажется на небольшом расстоянии h от главной оптической оси ($h \ll R$). При выполнении этого условия падающий луч SB и отраженный луч BS_1, а также радиус OB, проведенный в точку падения B, составляют с главной осью углы столь малые, что их синусы можно заменить тангенсами, а также самими углами, выраженными в радианах. В точке S_1 луч BS_1 пересечется с лучом PS_1, отразившимся в полюсе зеркала. Если остальные лучи после отражения также пройдут через точку S_1, то эта точка будет являться действительным изображением точки S.

Радиус OB перпендикулярен к отражающей поверхности. По закону отражения угол падения α равен углу отражения γ. Для треугольника SBO можно по теореме о внешнем угле треугольника записать:

$$\beta = \alpha + \varphi.$$

Точно так же для треугольника OBS_1:

$$\theta = \beta + \gamma.$$

Учитывая, что $\alpha = \gamma$, получим:

$$\varphi + \theta = 2\beta. \qquad (1.10.1)$$

Так как все рассматриваемые углы малы, можно написать приближенные равенства:

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{h}{SM} \approx \frac{h}{d},$$

$$\beta \approx \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{OM} \approx \frac{h}{R},$$

$$\theta \approx \operatorname{tg} \theta = \frac{h}{S_1M} \approx \frac{h}{f}.$$

Подставляя эти значения углов в формулу (1.10.1) и сокращая на h, получаем

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \qquad (1.10.2)$$

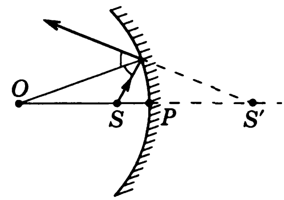

Рис. 1.35

Формула (1.10.2) называется формулой сферического зеркала. Замечательно, что, когда углы φ, β и θ малы ($h \ll d$; $h \ll f$; $h \ll R$), высота h и малые углы φ, β, θ не входят в формулу (1.10.2). Это означает, что любой луч приосевого пучка, вышедший из точки S, находящейся на расстоянии d от зеркала, после отражения пройдет через точку S_1, находящуюся на расстоянии f от зеркала*. Следовательно, точка S_1 есть действительное изображение точки S. Может случиться и так, что лучи, вышедшие из светящейся точки S, после отражения не пересекутся в одной точке, а будут расходиться. В одной точке пересекутся продолжения отраженных лучей. Эта точка (S') является мнимым изображением точки S (рис. 1.35).

Фокусное расстояние зеркала

Из формулы (1.10.2) следует, что при удалении светящейся точки S от зеркала изображение приближается к зеркалу. Когда точка S удалится настолько, что лучи, падающие из этой точки на зеркало, можно считать параллельными ($d \to \infty$ или $\frac{1}{d} \to 0$), изображение окажется в точке, расстояние до которой от зеркала определится выражением

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R}.$$

Эту точку называют **главным фокусом** зеркала и обозначают буквой F (рис. 1.36). Расстояние главного фокуса от зеркала FP называется **фокусным расстоянием** сферического зеркала и обозначается также буквой F.

---

*Если h/R не мало, то формула (1.10.2) уже не справедлива. Это означает, что лучи, идущие под большими углами к оптической оси, не пересекаются в одной точке. В результате изображение точки S получается «размазанным».

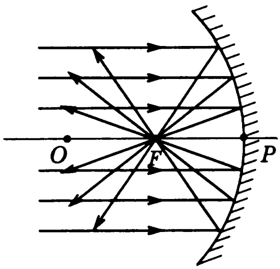

Рис. 1.36

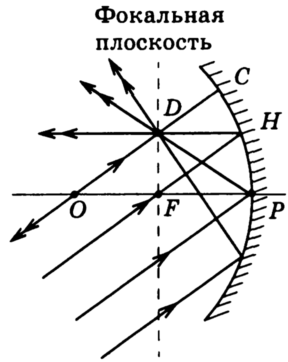

Рис. 1.37

Таким образом, фокусное расстояние сферического зеркала равно половине радиуса сферы, частью которой является зеркало:

$$\boxed{F = \frac{R}{2}.} \qquad (1.10.3)$$

Формулу (1.10.2) можно переписать теперь так:

$$\boxed{\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.} \qquad (1.10.4)$$

Фокальная плоскость

Пусть пучок лучей падает на сферическое вогнутое зеркало параллельно побочной оптической оси. Так как все оптические оси сферического зеркала равноценны, лучи после отражения сойдутся в точке, удаленной от зеркала на такое же расстояние, что и главный фокус. Совокупность всех подобных точек образует определенную поверхность. Рассматривая лишь малые углы между главной и побочной осями, мы приближенно можем считать эту поверхность плоскостью, перпендикулярной главной оптической оси. Она называется **фокальной плоскостью** зеркала (рис. 1.37).

Так как ход световых лучей обратим, то, поместив точечный источник света в главном фокусе зеркала или в какой-нибудь точке на фокальной плоскости (вблизи главной оптической оси), мы получим после отражения параллельный пучок света.

Мнимый фокус

Если направить пучок лучей параллельно главной оптической оси на выпуклое сферическое зеркало, то отраженные лучи будут расходящимися (рис. 1.38). Их продолжения пересекаются в определенной точке, находящейся за зеркалом. Эту точку называют **главным фокусом** выпуклого зеркала. Поскольку в рассматриваемом случае в фокусе пересекаются не сами отраженные лучи, а их продолжения, то это означает, что главный фокус выпуклого зеркала является **мнимым**. Здесь тоже используется понятие фокальной плоскости, которая в данном случае является мнимой. Формула (1.10.3) остается справедливой и для выпуклого зеркала.

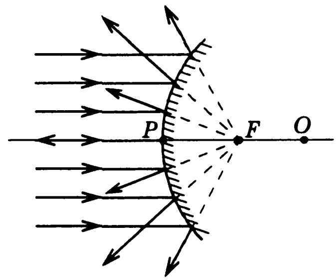

Рис. 1.38

Анализ формулы зеркала

Формулу (1.10.4) мы вывели для случая, когда изображение и фокус зеркала были действительными. Таким же образом можно вывести формулы и для других случаев. Например, если фокус действительный, а изображение мнимое, формула принимает вид:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Если же фокус мнимый и изображение мнимое, получается формула

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}.$$

Все эти формулы отличаются только знаками перед членами. Если изображение действительное, то перед членом $\frac{1}{f}$ стоит знак плюс, а в случае мнимого изображения — знак минус. Перед членом $\frac{1}{F}$ ставится знак плюс, если фокус зеркала действительный. Для выпуклого же зеркала, у которого фокус мнимый, перед членом $\frac{1}{F}$ стоит знак минус.

Если в задаче заранее неизвестно, является ли изображение или фокус действительным либо мнимым, перед соответствующим членом ставится знак плюс. Проведя вычисление неизвестной величины, мы получим для нее либо положительное, либо отрицательное значение. Знак минус укажет на то, что изображение или фокус является мнимым.

Сказанное о знаках для f и F относится и к величине d. **Мнимым источником** называют точку, в которой сходятся продолжения лучей, падающих на зеркало сходящимся пучком. Для мнимого источника $d < 0$.

Оптическая сила сферического зеркала

Величину, обратную фокусному расстоянию, называют оптической силой сферического зеркала:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{2}{R}. \tag{1.10.5}$$

Единица оптической силы в СИ называется диоптрией (дптр):

$$1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}.$$

Диоптрия равна оптической силе сферического зеркала, фокусное расстояние которого равно 1 м (*или радиус которого равен* 2 м).

Оптическая сила вогнутого зеркала считается положительной, выпуклого — отрицательной.