

1.2. Кинематика равномерного движения

Материальной точкой называют тело, форма и размеры которого несущественны в условиях данной задачи. Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо произвольно выбранному телу, называемому телом отсчета, с которым связана система отсчета – совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета. Положение точки может быть охарактеризовано радиус-вектором r , проведенным из начала системы координат в данную точку. Линию, описываемую материальной точкой в пространстве, называют траекторией этой точки; расстояние, пройденное точкой вдоль траектории, – длиной пути (путем) точки. Длина пути – неотрицательная скалярная величина.

Вектор перемещения (перемещение) материальной точки за промежуток времени от t до $t + \Delta t$ – это приращение радиус-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t).$$

Вектор средней скорости точки (средняя скорость по перемещению) равен

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{r}$ – приращение радиус-вектора; проекции скорости на координатные оси

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}.$$

Средне путевая скорость равна

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройденный: за время Δt ; средне путевая скорость – скалярная величина.

При движении с постоянной скоростью

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}t;$$

$$x(t) = x_0 + v_x t, \quad y(t) = y_0 + v_y t, \quad z(t) = z_0 + v_z t.$$

1.17². Товарный поезд движется со скоростью $v_1 = 36$ км/ч. Спустя время $\tau = 30$ мин с той же станции в том же направлении вышел экспресс со скоростью $v_2 = 72$ км/ч. Через какое время t после выхода товарного поезда и на каком расстоянии S от станции экспресс нагонит товарный поезд? Задачу решить аналитически и графически.

1.18². Из пункта A выехал велосипедист со скоростью $v_1 = 25$ км/ч. Спустя время $t_0 = 6$ мин из пункта B , находящегося на расстоянии $L = 10$ км от пункта A навстречу велосипедисту вышел пешеход. За время $t_2 = 50$ с пешеход прошел такой же путь, какой велосипедист проехал за $t_1 = 10$ с. На каком расстоянии S от пункта A встретятся пешеход и велосипедист?

1.19². Камень, брошенный в горизонтальном направлении и прошедший расстояние $S = 40$ м, попадает в большой колокол. Удар о колокол был услышан человеком, бросившим камень, через время $t = 3,9$ с. Какова скорость камня v , если скорость звука $u = 330$ м/с? Действие силы тяжести не рассматривать.

1.20². На тележке установлена труба, которая может поворачиваться в вертикальной плоскости (см. рис. 1). Тележка движется по горизонтальной поверхности со скоростью $u = 2$ м/с. Под каким углом α к горизонту следует установить трубу, чтобы капли дождя, падающие отвесно со скоростью $v = 6$ м/с, двигались в трубе параллельно ее стенкам, не задевая их? Скорость капель считать постоянной.

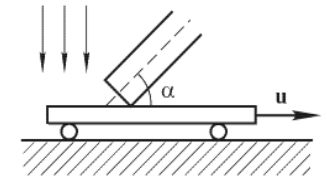


Рис. 1

1.21². Капли дождя на окнах неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. При движении трамвая со скоростью $u = 18$ км/ч полосы от дождя вертикальны. Найдите скорость капель дождя v в безветренную погоду и скорость ветра v_B .

1.22². По неподвижному эскалатору метро пассажир поднимается за время $t_1 = 120$ с, а по движущемуся (при той же скорости движения относительно ступенек) – за $t_2 = 30$ с. Определите время подъема t_3 пассажира, неподвижно стоящего на движущемся эскалаторе.

1.23². Самолет летит из пункта A в пункт B и обратно со скоростью $v = 300$ км/ч относительно воздуха. Расстояние между пунктами A и B равно $S = 900$ км. Сколько времени t затратит самолет на весь полет, если вдоль линии AB непрерывно дует ветер со скоростью $u = 60$ км/ч?

1.24³. Колонна автомашин длиной $L = 2$ км движется со скоростью $v_1 = 36$ км/ч. Из начала колонны выезжает мотоциклист, который, достигнув ее конца, возвращается обратно. Скорость мотоциклиста постоянна и равна $v_2 = 54$ км/ч. Сколько времени t будет в пути и какой путь S пройдет мотоциклист, пока он снова нагонит начало колонны?

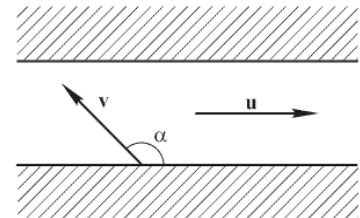


Рис. 2

1.25². Мимо пристани вниз по реке проходит плот. В этот момент в этом же направлении в поселок отправляется моторная лодка. За время $t = 45$ мин лодка дошла до поселка, находящегося на расстоянии $S_1 = 15$ км от пристани, и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии $S_2 = 9$ км от поселка. Каковы скорость u течения реки и скорость v лодки относительно воды?

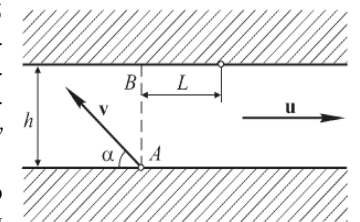


Рис. 3

1.26². Лодка движется под углом α к течению реки (см. рис. 2). Ее скорость относительно воды равна v , скорость течения равна u . Найдите скорость v_0 лодки относительно берега реки и угол β , который составляет вектор v_0 с направлением течения.

1.27². Лодочник, переправляясь через реку ширины h из пункта A в пункт B (см. рис. 3), все время направляет лодку под углом α к берегу. Найдите скорость лодки v относительно воды, если скорость течения реки равна u , а лодку снесло ниже пункта B на расстояние L .

1.28³. Из пункта A расположенного на берегу реки, необходимо попасть в пункт B , двигаясь по прямой AB (см. рис. 4). Ширина реки $AC = b = 1$ км, $BC = a = 2$ км,

скорость лодки относительно воды $v = 5$ км/ч, а скорость течения реки $u = 2$ км/ч. За какое время t может быть пройден отрезок AB ?

1.29³. Воздушный шар поднимается в потоке воздуха, перемещающемся относительно земной поверхности в горизонтальном направлении. Пилот на шаре определил, что скорость ветра относительно шара $v' = 6$ м/с, скорость удаления шара от земли $v_B = 5$ м/с и скорость его горизонтального перемещения $v_2 = 6$ м/с. Определите скорость ветра v относительно Земли.

1.30³. Вертикальная гладкая плита движется горизонтально со скоростью u (см. рис. 5). Летящий в горизонтальной плоскости со скоростью v_0 шарик соударяется с плитой. Направление полета шарика составляет угол α с перпендикуляром к плите. Найдите скорость v шарика сразу после соударения с плитой, считая, что массивная плита не изменила своей скорости в результате соударения с шариком (соударение абсолютно упругое). Силой тяжести пренебречь.

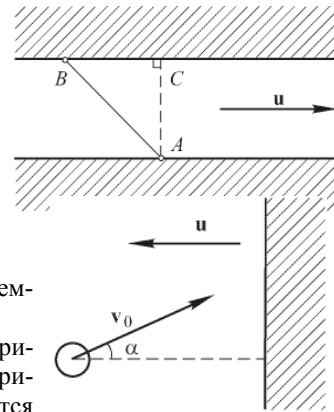


Рис. 5

1.31². Автобус выходит из пункта A и проходит расстояние $S = 40$ км до пункта B со средней скоростью $v_1 = 40$ км/ч и останавливается там на время $t = 20$ мин. Затем он возвращается в пункт A , проходя расстояние S со средней скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Найдите среднюю $\langle v \rangle$ и среднюю путевую $\langle v_l \rangle$ скорости за все время движения автобуса.

1.32². Собака убежала от своего хозяина на расстояние $S = 100$ м за $t = 8,4$ с, а затем за треть этого времени пробежала половину пути обратно. Вычислите ее среднюю $\langle v \rangle$ и среднюю путевую $\langle v_l \rangle$ скорости.

1.33². Первую треть времени точка движется со скоростью v_1 , вторую треть – со скоростью v_2 , последнюю – со скоростью v_3 . Найдите среднюю скорость точки за все время движения.

1.34². Первую треть пути точка движется со скоростью v_1 , вторую треть – со скоростью v_2 , последнюю – со скоростью v_3 . Найдите среднюю скорость точки за все время движения.

1.35². В квалификационных заездах автогонщик перед соревнованиями должен на протяжении четырех кругов показать среднюю путевую скорость $v = 200$ км/ч. Из-за сбоев в двигателе средняя путевая скорость автомобиля на первых двух кругах оказалась равной $v_1 = 170$ км/ч. С какой средней путевой скоростью v_2 гонщик должен пройти два последних круга?

1.36². Катер, двигаясь вниз по течению, затратил время в $n = 3$ раза меньше, чем на обратный путь. Определите, с какими скоростями относительно берега двигался катер, если его средняя скорость на всем пути составила $\langle v \rangle = 3$ км/ч.

1.37¹. Оцените среднюю и среднюю путевую скорость кончика минутной стрелки часов за 15, 30 и 45 минут.

1.38². Тело совершает в плоскости xOy два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к направлению оси Ox и $v_2 = 40$ м/с под углом $\alpha_2 = 120^\circ$ к тому же направлению. Найдите среднюю скорость движения $\langle v \rangle$.

1.39³. Два тела движутся с постоянными скоростями по взаимно перпендикулярным прямым. Скорость первого тела $v_1 = 30$ м/с, скорость второго $v_2 = 20$ м/с. В тот момент, когда расстояние между телами наименьшее, первое тело находится на расстоянии $S_1 = 500$ м от точки пересечения прямых. На каком расстоянии S_2 от точки пересечения прямых находится в этот момент второе тело?

1.40³. На наклонную плоскость, составляющую с горизонтом угол α , опирается стержень, который может перемещаться только по вертикали благодаря направляющему устройству AB (см. рис. 6). С какой скоростью v поднимается стержень, если наклонная плоскость движется влево в горизонтальном направлении со скоростью u ?

1.41³. Стержень длиной L шарнирно соединен с муфтами A и B , которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам (см. рис. 7). Муфта A движется вдоль оси Ox с постоянной скоростью v . Приняв за начало отсчета времени момент, когда муфта A находилась в точке O , определите зависимость от времени координаты $y(t)$ и скорости $v_y(t)$ муфты B .

1.42³. Человек, стоящий на крутом берегу озера, тянет за веревку находящуюся на воде лодку. Скорость, с которой человек выбирает веревку, постоянна и равна v . Какую скорость u будет иметь лодка в момент, когда угол между веревкой и поверхностью воды равен α ?

1.43³. Из двух портов A и B , расстояние между которыми равно L , одновременно выходят два катера, один из которых плывет со скоростью v_1 , а второй – со скоростью v_2 . Направление движения первого катера составляет угол α , а второго – угол β с линией AB (см. рис. 8). Каким будет наименьшее расстояние S между катерами?

1.44⁴. Первую половину времени автомобиль двигался со скоростью v_1 , а вторую – следующим образом: половину оставшегося расстояния он ехал со скоростью v_2 , а вторую половину оставшегося расстояния со скоростью, равной средней скорости движения на двух предыдущих участках. Определите среднюю скорость $\langle v \rangle$ автомобиля за все время его движения. Автомобиль движется прямолинейно в одном направлении.

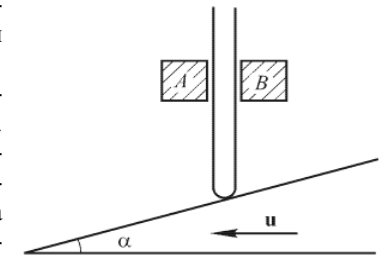


Рис. 6

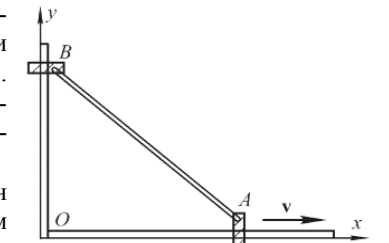


Рис. 7

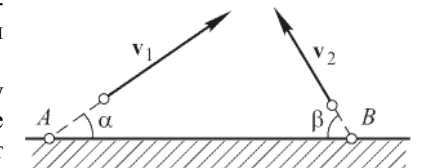


Рис. 8

1.45⁴. Первую половину пути автомобиль двигался со скоростью v_1 , а вторую половину пути – следующим образом: половину времени, оставшегося на прохождение этой половины пути, он ехал со скоростью v_2 , а конечный отрезок всего пути с такой скоростью, что она оказалась равной средней скорости движения на первых двух участках. Чему равна средняя скорость $\langle v \rangle$ автомобиля на всем пути? Автомобиль движется прямолинейно в одном направлении.

Ответы:**1.2. Кинематика равномерного движения точки.**

$$1.17. t = \frac{v_2 \tau}{v_2 - v_1} = 1 \text{ ч}; S = \frac{v_1 v_2 \tau}{v_2 - v_1} = 36 \text{ км.}$$

$$1.18. S = \frac{L t_2 + v_1 t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 8,75 \text{ км.}$$

$$1.19. v = \frac{uS}{ut - S} = 10,6 \text{ м/с.}$$

$$1.20. \operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = 3; \alpha = 71^\circ 35'.$$

$$1.21. v = 8,66 \text{ м/с}; v_g = 5 \text{ м/с.}$$

$$1.22. t_3 = \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2} = 40 \text{ с.}$$

$$1.23. t = \frac{2Sv}{v^2 - u^2} = 6,25 \text{ ч.}$$

$$1.24. t = \frac{2Lv_2}{v_2^2 - u_1^2} = 8 \text{ мин}; S = \frac{2Lv_2^2}{v_2^2 - v_1^2} = 7,2 \text{ км.}$$

$$1.25. u = \frac{S_1 - S_2}{2t} = 4 \text{ км/ч}; v = \frac{S_1 + S_2}{2t} = 16 \text{ км/ч.}$$

$$1.26. v_o = \sqrt{v^2 + u^2 + 2vu \cos \alpha}; \sin \beta = \frac{v \sin \alpha}{\sqrt{v^2 + u^2 + 2vu \cos \alpha}}.$$

$$1.27. v = \frac{hu}{L \sin \alpha + h \cos \alpha}.$$

$$1.28. t = \frac{ua + \sqrt{v^2(a^2 + b^2) - u^2 b^2}}{v^2 - u^2} \approx 43 \text{ мин.}$$

$$1.29. v = v_o + \sqrt{v'^2 - v_o^2} = 9,3 \text{ м/с.}$$

$$1.30. v = \sqrt{v_o^2 + 4v_o u \cos \alpha + 4u^2}.$$

$$1.31. \langle v \rangle = 0, v_{cn} = \frac{2Sv_1 v_2}{S(v_1 + v_2) + v_1 v_2 t} = 40 \text{ км/ч.}$$

$$1.32. \langle v \rangle = \frac{3S}{8t} = 4,5 \text{ м/с в направлении от хозяина}; v_{cn} = \frac{9S}{8t} = 13,4 \text{ м/с.}$$

$$1.33. \langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}.$$

$$1.34. \langle v \rangle = \frac{3v_1 v_2 v_3}{v_1 v_2 + v_2 v_3 + v_1 v_3}.$$

$$1.35. v_2 = \frac{v v_1}{2v_1 - v} = 243 \text{ км/ч.}$$

$$1.36. v_1 = \frac{(n+1)\langle v \rangle}{2} = 6 \text{ км/ч}; v_2 = \frac{(n+1)\langle v \rangle}{2n} = 2 \text{ км/ч.}$$

1.37. Если длина минутной стрелки $R = 1$ см, то $\langle v \rangle = \langle v_3 \rangle \approx 1,6 \cdot 10^{-5}$ м/с,

$\langle v_2 \rangle \approx 1,1 \cdot 10^{-5}$ м/с, $v_{cn1} = v_{cn2} = v_{cn3} \approx 1,7 \cdot 10^{-5}$ м/с.

1.38. $\langle v \rangle = 23$ м/с; $\langle v \rangle$ направлена по нормали к оси Ox .

$$1.39. S_2 = \frac{S_1 v_1}{v_2} = 750 \text{ м.}$$

$$1.40. v = utg\alpha.$$

$$1.41. y(t) = \sqrt{L^2 - v^2 t^2}, \quad v_y(t) = \frac{v^2 t}{\sqrt{L^2 - v^2 t^2}}.$$

$$1.42. u = \frac{v}{\cos\alpha}.$$

$$1.43. S = \frac{L |v_2 \sin\beta - v_1 \sin\alpha|}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos(\alpha + \beta)}}.$$

$$1.44. \langle v \rangle = \frac{v_1 + \sqrt{v_1(v_1 + 8v_2)}}{4}.$$

$$1.45. \langle v \rangle = \frac{\sqrt{v_2(v_2 + 8v_1)} - v_2}{2}.$$