

### 3.4. Работа сил электростатического поля. Потенциал.

Работа  $\Delta A$ , совершаемая кулоновскими силами при перемещении  $\Delta r$  точечного заряда  $q$  в однородном электростатическом поле, равна

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = q \vec{E} \cdot \Delta \vec{r}.$$

Работа  $\Delta A$ , совершаемая силами электростатического взаимодействия при перемещении точечного заряда  $q$  в электростатическом поле, равна уменьшению потенциальной энергии взаимодействия  $W$  этого заряда с полем:

$$\Delta A = -\Delta W = W_{\text{нач}} - W_{\text{кон}}.$$

Энергия взаимодействия двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся в вакууме на расстоянии  $r$  один от другого, равна

$$W = k \frac{q_1 q_2}{r}; \text{ в СИ } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Энергия взаимодействия в вакууме системы  $N$  точечных зарядов равна

$$W = \frac{1}{2} k \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N \frac{q_n q_m}{r_{nm}} = k \sum_{n=2}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m < n}}^{n-1} \frac{q_n q_m}{r_{nm}}.$$

*Потенциалом электростатического поля* называют физическую величину  $\varphi$ , равную отношению потенциальной энергии  $W$  взаимодействия пробного точечного электрического заряда, помещенного в рассматриваемую точку, с электростатическим полем, к величине  $q$  этого заряда:

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Потенциал электростатического поля, созданного в вакууме точечным зарядом  $q$ , на расстоянии  $r$  от него равен

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r}; \text{ в СИ } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

При наложении электрических полей их потенциалы складываются алгебраически.

Работа  $\Delta A$ , совершаемая силами электростатического взаимодействия при перемещении точечного заряда  $q$  в электростатическом поле, равна

$$\Delta A = -\Delta W = -q \Delta \varphi = q(\varphi_{\text{нач}} - \varphi_{\text{кон}}).$$

3.40<sup>1</sup>. Два одинаковых точечных заряда величины  $q = 10^{-6}$  Кл каждый находятся на расстоянии  $r_1 = 50$  см друг от друга. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния  $r_2 = 5$  см?

3.41<sup>1</sup>. Точечные заряды  $+q$ ,  $-2q$ ,  $+3q$  расположены в вершинах правильного треугольника со стороной  $a$ . Какова потенциальная энергия  $W$  этой системы?

3.42<sup>1</sup>. Два одноименных точечных заряда  $q_1 = 20$  нКл и  $q_2 = 5$  нКл находятся на расстоянии  $r = 0,5$  см друг от друга. Какую работу  $A$  должны совершить силы электростатического взаимодействия при увеличении расстояния между зарядами в  $n = 5$  раз?

3.43<sup>1</sup>. Неподвижный точечный заряд  $Q$  создает в некоторой точке  $A$  электрическое поле напряженности  $E_A$ , а в точке  $B$  – электрическое поле напряженности  $E_B$ . Определите работу  $A$ , необходимую для перемещения заряда  $q$  из точки  $A$  в точку  $B$ .

3.44<sup>2</sup>. Два разноименных точечных заряда, одинаковых по абсолютной величине, находятся на расстоянии  $L = 30$  см друг от друга. В точках, находящихся на таком же расстоянии от обоих зарядов, напряженность электрического поля  $E = 100$  В/м. Определите потенциал поля  $\varphi$  в точке, расположенной между зарядами на расстоянии  $L/3$  от положительного заряда.

3.45<sup>2</sup>. По кольцу радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $Q$ . Определите потенциал электрического поля  $\varphi$  в центре кольца, а также в точке, находящейся на расстоянии  $h$  от центра кольца по перпендикуляру к его плоскости.

3.46<sup>2</sup>. Два параллельных тонких кольца радиуса  $R$  каждое имеют общую ось. Расстояние между их центрами  $d$ . Определите работу  $A$  совершаемую силами электростатического взаимодействия при перемещении заряда  $q$  из центра первого кольца в центр второго, если по первому кольцу равномерно распределен заряд  $q_1$ , а по второму – заряд  $q_2$ .

3.47<sup>2</sup>. Множество зарядов трех значений  $q_1 = 10^{-9}$  Кл,  $q_2 = -2q_1$ ,  $q_3 = 3q_1$  распределены по окружности так, что все одинаковые заряды рассредоточены равномерно через равный угловой интервал. Определите напряженность и потенциал в центре окружности, если работа по удалению пробного заряда  $q = 0,01q_1$  из центра окружности на бесконечно большое расстояние от нее равна  $A = 10^{-9}$  Дж. Изменение кинетической энергии пробного заряда пренебрежимо мало.

3.48<sup>3</sup>. Три концентрические сферы радиусов  $R$ ,  $2R$  и  $3R$  имеют заряды  $+q$ ,  $+2q$  и  $-3q$  соответственно. Определите потенциалы  $\varphi$  сфер. Постройте график зависимости потенциала  $\varphi(r)$  от расстояния  $r$  до центра сфер.

3.49<sup>3</sup>. Две концентрические сферы радиусов  $R$  и  $2R$  заряжены равномерно по поверхности зарядами  $q_1 = 0,1$  мкКл и  $q_2 = 0,2$  мкКл соответственно. В точке, находящейся на одинаковом расстоянии от обеих сфер, потенциал электрического поля  $\varphi = 3$  кВ. Определите величину  $R$ .

3.50<sup>4</sup>. Две большие тонкие параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью  $\sigma$  и  $-3\sigma$  соответственно. Расстояние между пластинами  $d$ . Определите напряженность поля  $E_1$  между пластинами и  $E_2$  вне пластин, а также разность потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  между пластинами. Постройте график изменения напряженности и потенциала электрического поля вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

3.51<sup>3</sup>. Электрический диполь из двух жестко связанных точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга, находится в положении устойчивого равновесия в однородном электрическом поле, напряженность которого равна  $E$ . Какую работу  $A$  нужно совершить, чтобы повернуть диполь на угол  $\alpha = 180^\circ$ ?

3.52<sup>2</sup>. Шар радиуса  $r$ , имеющий плотность  $\rho_1$ , помещен в жидкий диэлектрик с плотностью  $\rho_2$ . Определите заряд шара  $Q$ , если в однородном электрическом поле, направленном вертикально вверх, шар оказался взвешенным в жидкости. Электрическое поле создается двумя параллельными пластинами, расстояние между которыми  $d$ , а разность потенциалов  $\Delta\varphi$ .

3.53<sup>2</sup>. Электрон движется по направлению силовых линий однородного электрического поля, напряженность которого  $E = 120$  В/м. Какое расстояние  $x$  он про-

летит до полной остановки, если начальная скорость электрона  $v = 10^6$  м/с? В течение какого времени  $\tau$  он будет двигаться до полной остановки?

3.54<sup>3</sup>. В пространство, где одновременно действуют горизонтальное и вертикальное электрические поля с напряженностью  $E_x = 400$  В/м и  $E_y = 300$  В/м соответственно, вдоль направления силовой линии результирующего электрического поля влетает электрон, скорость которого на отрезке пути  $L = 2,7$  мм уменьшается в  $n = 2$  раза, не изменяя направления. Определите скорость электрона  $v$  в конце пути.

3.55<sup>1</sup>. Шарик массы  $m$ , несущий заряд  $q$ , перемещается из точки 1, потенциал которой равен  $\phi$ , в точку 2, потенциал которой равен нулю. Определите скорость  $v_1$  шарика в точке 1, если в точке 2 она стала равной  $v_2$ .

3.56<sup>2</sup>. Три электрона, первоначально покоившиеся в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $r$ , движутся под действием сил электростатического отталкивания. Какова будет их скорость  $v$ , когда расстояние между ними станет бесконечно большим?

3.57<sup>3</sup>. Два протона и два позитрона, первоначально покоившиеся в вершинах квадрата  $ABCD$ , разлетаются под действием сил электростатического отталкивания. Отношение их масс  $M/m = 2000$ , а заряды одинаковы. Найдите отношение скоростей  $V/v$  протонов и позитронов, когда расстояние между ними станет бесконечно большим, считая что первоначально протоны находились в вершинах  $A$  и  $C$ , а позитроны – в вершинах  $B$  и  $D$ .

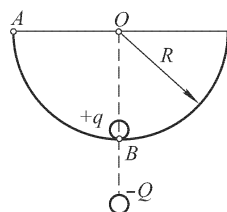
3.58<sup>3</sup>. Найдите минимальную кинетическую энергию  $\alpha$ -частиц, способных издалека сблизиться с первоначально покоившимся ядром азота до расстояния  $r_0 = 5,0 \cdot 10^{-15}$  м. Относительные массы атомов гелия  $A_{He} = 4$ , азота  $A_N = 14$  ( $\alpha$ -частицы представляют собой двукратно ионизованные атомы гелия).

3.59<sup>3</sup>. Два электрона находятся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, причем один из них покоится, а другой движется со скоростью  $v$  по направлению к первому. Определите наименьшее расстояние  $r_0$ , на которое они сблизятся.

3.60<sup>3</sup>. По тонкому кольцу массы  $M$  и радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $+Q$ . С какой скоростью  $v$  точечная частица массы  $m$  и заряда  $-q$ , первоначально покоившаяся на бесконечно большом расстоянии от кольца, пролетит через его центр, если кольцо: а) закреплено? б) свободно? Частица движется по перпендикуляру к плоскости кольца, проходящему через его центр.

3.61<sup>3</sup>. По тонкому кольцу массы  $M$  и радиуса  $R$  равномерно распределен заряд  $Q$ . Какую минимальную скорость  $v$  должна иметь точечная частица массы  $m$  и одноименного заряда  $q$  на бесконечно большом расстоянии от кольца, чтобы пролететь через его центр, если кольцо: а) закреплено? б) свободно? Частица движется по перпендикуляру к плоскости кольца, проходящему через его центр.

3.62<sup>3</sup>. Четыре точечных положительных заряда  $Q$  расположены в вершинах жестко закрепленной квадратной рамки со стороной  $a$ . Частица массы  $m$ , имеющая положительный заряд  $q$ , движется вдоль оси, перпендикулярной плоскости рамки и проходящей через центр квадрата  $O$ . На расстоянии, многократно превышающем  $a$ , скорость частицы равна  $v_0$ . Определите скорость  $v$  частицы при подлете к рамке на расстоянии  $z$  от центра  $O$ . Какую минимальную скорость  $v_{\min}$  должна иметь

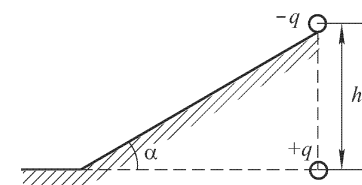


частица на бесконечно большом расстоянии от рамки, чтобы пролететь сквозь нее?

3.63<sup>3</sup>. Шарик массы  $m = 2$  г, имеющий положительный заряд  $q$ , начинает скользить без начальной скорости из точки  $A$  по гладкой сферической поверхности радиуса  $R = 10$  см. Ниже сферической поверхности, точно под ее центром, расположен точечный отрицательный заряд  $-Q$  (см. рисунок). Потенциальная энергия взаимодействия зарядов в начальный момент времени равна  $W_A = -2 \cdot 10^{-3}$  Дж. Определите потенциальную энергию  $W_B$  взаимодействия зарядов, когда заряд  $q$  находится в точке  $B$ , если в этом случае результирующая сил реакции со стороны сферической поверхности и кулоновского взаимодействия, приложенных к шарiku,  $F = 0,1$  Н. Радиус шарика  $r \ll R$ .

3.64<sup>3</sup>. В однородное горизонтальное электростатическое поле напряженности  $E = 10^3$  В/м помещена система, состоящая из двух одинаковых, противоположно заряженных шариков, соединенных тонким изолирующим стержнем длины  $L = 0,1$  м. Система может только вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Масса и модуль заряда каждого шарика соответственно равны  $m = 5$  г и  $q = 1$  мкКл. Система кратковременным воздействием выводится из состояния устойчивого равновесия и приводится во вращательное движение с начальной угловой скоростью  $\omega_0 = 2\text{с}^{-1}$ . Определите максимальный угол поворота  $\alpha_{\max}$  этой системы. Массой стержня пренебречь. Шарик рассматриваются как материальные точки.

3.65<sup>3</sup>. По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом, с высоты  $h$  соскальзывает небольшое тело массы  $m$ , имеющее отрицательный заряд  $-q$ . В точке пересечения вертикали, проведенной через начальное положение тела, с основанием, закреплен заряд  $+q$  (см. рисунок). Определите скорость  $v$ , с которой тело достигнет основания наклонной плоскости. Начальная скорость тела равна нулю.



3.66<sup>3</sup>. В однородном электрическом поле напряженности  $E$ , направление силовых линий которого совпадает с направлением силы тяжести, на нити длины  $L$  вокруг вертикальной оси вращается шарик массы  $m$ , имеющий положительный заряд  $q$ . Определите работу  $A$  которую нужно произвести для разгона шарика из состояния покоя до угловой скорости  $\omega$ .

3.67<sup>3</sup>. Два небольших одинаково заряженных тела удерживаются на изолирующей горизонтальной гладкой поверхности на расстоянии  $r = 10$  см друг от друга. Сначала отпускают одно из них, а затем, когда расстояние между телами увеличится в  $n = 3$  раза, и другое. Определите скорости тел, когда они разлетятся на большое расстояние. Заряд каждого тела  $q = 10^{-6}$  Кл, масса  $m = 1$  г.

**Ответы:**

$$3.40. A = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \approx 0,16 \text{ Дж.}$$

$$3.41. W = -\frac{5q^2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

$$3.42. A = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \approx 0,16 \text{ Дж.}$$

$$3.43. A = q \sqrt{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}} (\sqrt{E_A} - \sqrt{E_B}).$$

$$3.44. \varphi = \frac{3}{2} LE = 45 \text{ В.}$$

$$3.45. \text{В центре кольца } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}; \text{ на расстоянии } h \text{ от кольца}$$

$$\varphi(h) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + h^2}}.$$

$$3.46. A = \frac{q(q_1 - q_2)}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + d^2}} \right).$$

$$3.47. E = 0, \varphi = \frac{A}{q} = 100 \text{ В.}$$

$$3.48. \varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}; \varphi_2 = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}; \varphi_3 = 0.$$

$$\text{При } r \leq R, \varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}; \text{ при } R \leq r \leq 2R, \varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}; \text{ при } 2R \leq r \leq 3R,$$

$$\varphi(r) = \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{3R} \right); \text{ при } r \geq 3R, \varphi(r) = 0.$$

$$3.49. R = \frac{4q_1 + 3q_2}{24\pi\epsilon_0 \varphi} = 0,5 \text{ м.}$$

$$3.50. E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}; E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}; \Delta\varphi = \frac{2\sigma d}{\epsilon_0}; \text{ направив ось } Ox \text{ перпендикулярно пластинам в}$$

сторону отрицательно заряженной пластины и выбрав начало координат посередине между пластинами, имеем

$$E(x) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ при } x < -\frac{d}{2}; E(x) = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \text{ при } -\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}; E(x) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ при } x > \frac{d}{2},$$

принимая  $\varphi(0) = 0$ , имеем

$$\varphi(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (d - 2x) \text{ при } x \leq -\frac{d}{2}; \varphi(x) = -\frac{2\sigma}{\epsilon_0} x \text{ при } -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2};$$

$$\varphi(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (2x - 3d) \text{ при } x \geq \frac{d}{2}.$$

$$3.51. A = 2qEd.$$

$$3.52. Q = \frac{4\pi r^3 g (\rho_1 - \rho_2)}{3\Delta\varphi} d.$$

$$3.53. x = \frac{mv^2}{2eE} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \tau = \frac{mv}{eE} = 47 \text{ нс.}$$

$$3.54. v = \sqrt{\frac{2e\sqrt{E_x^2 + E_y^2} L}{(n^2 - 1)m}} \approx 4,0 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

$$3.55. v_1 = \sqrt{v_2^2 - 2\frac{q}{m}\varphi}.$$

$$3.56. v_1 = v_2 = v_3 = \frac{e}{\sqrt{2\pi\epsilon_0 r m}}; \text{ скорости электронов направлены вдоль медиан}$$

треугольника (от центра).

$$3.57. \frac{V}{v} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{(4\sqrt{2} + 1)M}} \approx 0,01 \text{ У.}$$

Указание: Зная, что  $\frac{M}{m} = 2000$ , можно считать, что в тот момент, когда взаимо-

действие между позитронами и позитронами и протонами станет пренебрежимо малым, положение протонов можно считать еще не изменившимся по сравнению с первоначальным. Вносимая при этом ошибка составит доли процента.

$$3.58. K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{A_{He} + A_N}{A_N} \cdot \frac{Z_{He} Z_N e^2}{r_0} = 8,32 \cdot 10^{-13} \text{ Дж. Здесь } Z_{He} \text{ и } Z_N \text{ - относитель-}$$

ные заряды ядер гелия и азота.

$$3.59. r_0 = \frac{e^2}{\pi\epsilon_0 m v^2}.$$

$$3.60. a) v = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 R m}}; \delta) v = \sqrt{\frac{M}{M + m} \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 R m}}.$$

$$3.61. a) v = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 R m}}; \delta) v = \sqrt{\frac{M}{M + m} \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 R m}}.$$

$$3.62. v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qQ}{\pi\epsilon_0 m \sqrt{z^2 + \frac{a^2}{2}}}}; v_{\min} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}qQ}{\pi\epsilon_0 m a}}.$$

$$3.63. W_B = \frac{1}{2} (3mg - F)R + W_A = -4,0 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

$$3.64. \alpha_{\max} = \arccos \left( 1 - \frac{m\omega_0^2 L}{4qE} \right) = 60^\circ.$$

$$3.65. v = \sqrt{2 \left[ gh - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mh} (1 - \operatorname{tg}\alpha) \right]}.$$

$$3.66. A = \frac{1}{2} m \omega^2 L^2 + (mg + qE) \left( L - \frac{3}{2} \cdot \frac{mg + qE}{m\omega^2} \right).$$

$$3.67. v_{1,2} = \sqrt{\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 nrm}} (\sqrt{n+1} \pm \sqrt{n-1}) = \begin{cases} 13,3 \text{ м/с} \\ 2,3 \text{ м/с} \end{cases}$$