

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### 13.1. Свободные колебания в колебательном контуре

**13.1.1.** Определите период и частоту собственных колебаний в контуре, составленном из конденсатора емкостью  $C = 2,2$  мкФ и катушки индуктивностью  $L = 0,65$  мГн.

**13.1.2.** Какой индуктивности катушку надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости конденсатора  $C = 50$  пФ получить частоту свободных колебаний  $\nu = 10$  МГц?

**13.1.3.** Частота собственных колебаний в колебательном контуре  $\nu_1 = 3 \cdot 10^5$  Гц. Чему будет равна частота колебаний, если расстояние между обкладками конденсатора, включенного в контур, увеличить в 2 раза?

**13.1.4.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 3$  мГн и плоского конденсатора в виде двух дисков радиусом  $r = 1,2$  см, расположенных на расстоянии  $d = 0,3$  мм друг от друга. Найдите период колебаний  $T$  контура. Чему будет равен период  $T_1$  колебаний, если конденсатор заполнить веществом с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 4$ ?

**13.1.5.** Каков диапазон частот собственных колебаний в контуре, если его индуктивность можно изменять в пределах от  $L_1 = 0,1$  мкГн до  $L_2 = 10$  мкГн, а емкость — в пределах от  $C_1 = 250$  пФ до  $C_2 = 25\,000$  пФ?

**13.1.6.** При увеличении емкости конденсатора колебательного контура на  $\Delta C = 0,16$  мкФ частота собственных колебаний уменьшилась в  $n = 3$  раза. Найдите начальную емкость  $C_0$  конденсатора, если индуктивность катушки осталась прежней.

• **13.1.7.** Когда в колебательном контуре был конденсатор  $1$ , частота колебаний контура  $\nu_1 = 12$  кГц, а когда конденсатор  $1$  заменили конденсатором  $2$ , частота колебаний контура стала  $\nu_2 = 16$  кГц. Чему будет равна частота колебаний при последовательном соединении конденсаторов  $1$  и  $2$ ?

**13.1.8.** Идеальный колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, соединенных параллельно. Период собственных колебаний контура  $T_1 = 20$  мкс. Чему будет равен период колебаний, если конденсаторы включить последовательно?

**13.1.9.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 1$  мГн и конденсатора емкостью  $C = 10$  мкФ. Конденсатор заряжен до максимального напряжения  $U_m = 100$  В. Определите максимальный заряд конденсатора и максимальную силу тока в контуре.

**13.1.10.** При увеличении напряжения на конденсаторе колебательного контура на  $\Delta U = 30$  В амплитуда силы тока увеличилась в 3 раза. Найдите начальное напряжение.

**13.1.11.** В колебательном контуре происходят свободные незатухающие колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора  $q_m = 10^{-6}$  Кл, а максимальная сила тока в катушке индуктивности  $I_m = 3,14$  А. Найдите частоту собственных колебаний контура.

**13.1.12.** Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью  $C = 2$  мкФ и катушки индуктивностью  $L = 2$  Гн. Конденсатору сообщили заряд  $q_m = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл. Найдите зависимость от времени: а) заряда на обкладках конденсатора; б) напряжения на обкладках конденсатора; в) силы тока в цепи. Считайте момент сообщения заряда начальным моментом времени. Сопротивления катушки и проводов не учитывать.

**13.1.13.** Напряжение на конденсаторе в идеальном колебательном контуре изменяется по закону  $u = 50 \cos 10^5 t$ , при этом максимальное значение заряда конденсатора  $q_m = 5 \cdot 10^{-5}$  Кл. Найдите индуктивность контура.

**13.1.14.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 1,6$  Гн и конденсатора емкостью  $C = 2 \cdot 10^{-5}$  Ф. В момент времени, когда мгновенное значение напряжения на конденсаторе  $u_1 = 2$  В, мгновенное значение силы тока  $i_1 = 0,01$  А. Каково амплитудное значение силы тока в контуре?

**13.1.15.** В колебательном контуре с индуктивностью  $L = 10$  мГн и емкостью  $C = 100$  мкФ конденсатор заряжен до максимального напряжения  $U_m = 100$  В. Чему будет равна сила тока в тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшится в 2 раза? Колебания считать незатухающими.

**13.1.16.** Амплитуда напряжения в контуре  $U_m = 100$  В, частота собственных колебаний  $\nu = 5$  МГц. В начальный момент времени заряд конденсатора максимален. В какой момент времени напряжение на конденсаторе будет  $u = 70,7$  В?

**13.1.17.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 0,2$  мГн и двух конденсаторов емкостями  $C_1 = C_2 = 4$  мкФ, соединенных последовательно. Определите максимальное напряжение на каждом из конденсаторов, если максимальная сила тока в контуре равна  $I_m = 0,1$  А.

**13.1.18.** В колебательном контуре емкость конденсатора  $C = 1,6 \cdot 10^{-11}$  Ф. Амплитуда напряжения на конденсаторе  $u_m = 500$  В. В некоторый момент времени напряжение на конденсаторе  $u = 400$  В. Найдите: а) полную энергию контура; б) энергию электрического поля; в) энергию магнитного поля в этот момент времени.

**13.1.19.** В колебательном контуре индуктивность катушки  $L = 0,3$  Гн, а амплитуда колебаний силы тока  $I_m = 30$  мА. Найдите энергию электрического поля конденсатора и энергию магнитного поля катушки в тот момент, когда мгновенное значение силы тока в  $n = 3$  раза меньше амплитудного значения.

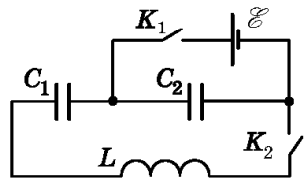


Рис. 13.1.1

**13.1.20.** В схеме на рисунке 13.1.1 сначала замыкают ключ  $K_1$ , и конденсатор емкостью  $C_2 = 10$  мкФ полностью заряжается от ЭДС  $\mathcal{E} = 12$  В. Затем ключ  $K_1$  размыкают и замыкают ключ  $K_2$ . Найдите максимальные значения зарядов на каждом конденсаторе и максимальную силу тока в катушке. Индуктивность катушки  $L = 3$  мГн, емкость конденсатора  $C_1 = 2$  мкФ.

**13.1.21.** В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью  $L = 5$  мкГн и конденсатора емкостью  $C = 13,33$  нФ, максимальное напряжение  $U_m = 1,2$  В. Сопротивление контура ничтожно мало. Определите: а) действующее значение силы тока в контуре; б) максимальный магнитный поток, если число витков катушки  $N = 28$ .

**13.1.22.** В колебательном контуре конденсатор емкостью  $C = 10$  мкФ имеет максимальный заряд  $q_m = 2 \cdot 10^{-4}$  Кл. Какое количество теплоты выделилось в контуре к моменту полного затухания колебаний?

**13.1.23.** Конденсатор емкостью  $C = 2 \cdot 10^{-5}$  Ф, заряженный до напряжения  $U_0 = 10^3$  В, разряжается через катушку индуктивностью  $L = 4 \cdot 10^{-3}$  Гн и обладающую активным сопротивлением. Через некоторое время напряжение на конденсаторе стало  $U = 600$  В, а сила тока в катушке достигла значения  $I = 20$  А. Какое количество теплоты выделилось к этому моменту в катушке?

**13.1.24.** Колебательный контур, период собственных колебаний в котором  $T = 10^{-6}$  с, имеет индуктивность  $L = 0,1$  Гн и омическое сопротивление  $R = 1$  Ом. На сколько процентов изменится энергия этого контура за период колебаний? Считать, что за время периода амплитуда колебаний силы тока изменяется очень мало.

**13.1.25.** Контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 14$  мкГн, резистора сопротивлением  $R = 0,5$  Ом и конденсатора емкостью  $555,5$  пФ. Какую мощность должен потреблять контур, чтобы в нем поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальный заряд на конденсаторе  $q_m = 55,55 \cdot 10^{-10}$  Кл?

**• 13.1.26.** Три конденсатора, емкости которых равны  $C_1 = 400$  мкФ,  $C_2 = 800$  мкФ и  $C_3 = 800$  мкФ соединены последовательно. Эта батарея конденсаторов заряжена до напряжения  $U = 10$  В. В момент времени  $t_0 = 0$  к ним подключают катушку индуктивностью  $L = 200$  мкГн так, что образуется колебательный контур. В момент времени  $t_1 = 2\pi \cdot 10^{-4}$  с конденсатор емкостью  $C_1$  пробивается, и сопротивление между его обкладками становится равным нулю. Чему равна амплитуда  $q_0$  колебаний заряда на непробитых конденсаторах?

**13.1.27.** Два конденсатора одинаковой емкостью  $C_1 = C_2 = 200$  мкФ соединены последовательно, а к ним параллельно подключен конденсатор емкостью  $C_3 = 100$  мкФ. Эта батарея конденсаторов заряжена до напряжения  $U = 10$  В. В начальный момент  $t_0 = 0$  к ним подключают катушку индуктивностью  $L = 2$  мкГн так, что образуется колебательный контур. Спустя интервал времени  $\Delta t = 2\pi \cdot 10^{-5}$  с конденсатор  $C_1$  пробивается, и сопротивление между его обкладками становится равным нулю. Найдите амплитуду колебаний напряжения  $U_0$  на батарее непробитых конденсаторов.

**Ответы:**

**13.1.1.**  $T = 2\pi\sqrt{LC} = 0,24$  мс;

$v = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 4208$  Гц.

**13.1.2.**  $L = \frac{1}{4\pi^2 v^2 C} = 7,07$  мкГн.

**13.1.3.**  $v_2 = v_1\sqrt{2} = 4,24 \cdot 10^5$  Гц.

**13.1.4.**  $T = 2\pi r \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 L}{d}} = 1,26$  мкс;  
 $T_1 = 2,51$  мкс.

**13.1.5.**  $3,18 \cdot 10^5$  Гц  $\leq v \leq 3,18 \cdot 10^7$  Гц.

**13.1.6.**  $C_0 = \frac{\Delta C}{n^2 - 1} = 0,02$  мкФ.

**13.1.8.**  $T_2 = \frac{T_1}{2} = 10$  мкс.

**13.1.9.**  $q_m = CU_m = 10^{-3}$  Кл;

$I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}} = 10$  А.

**13.1.10.**  $U_0 = 15$  В.

**13.1.11.**  $v = \frac{I_m}{2\pi q_m} = 5 \cdot 10^5$  Гц.

**13.1.12.**  
а)  $q = q_m \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} = 2 \cdot 10^{-6} \cos 500t$ ;

б)  $u = \frac{q_m}{C} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} = \cos 500t$ ;

**13.1.20.**  $q_{2m} = C_2 \mathcal{E} = 0,12$  мКл;

$q_{1m} = \frac{2C_1 C_2 \mathcal{E}}{C_1 + C_2} = 0,04$  мКл;

$I_m = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)L}} = 0,28$  А.

**13.1.21.** а)  $I = U_m \sqrt{\frac{C}{2L}} = 438,1$  мА;

б)  $\Phi = N \frac{U_m}{\sqrt{LC}} = 1,38 \cdot 10^7$  Вб.

**13.1.22.**  $Q = \frac{q_m^2}{2C} = 5 \cdot 10^{-4}$  Дж.

**13.1.23.**  $Q = \frac{C(U_0^2 - U^2) - LI^2}{2} = 5,6$  Дж.

**13.1.24.**  $\eta = \frac{RT}{L} \cdot 100\% = 0,001\%$ .

**13.1.25.**  $P = \frac{q_m^2 R}{2CL} = 1,16 \cdot 10^{-3}$  Вт.

**13.1.27.**  $U_0 = 15$  В.

в)  $i = -\frac{q_m}{C\sqrt{LC}} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} = -2 \cdot 10^{-3} \sin 500t$ .

**13.1.13.**  $L = \frac{U_m}{\omega^2 q_m} = 10^{-4}$  Гн.

**13.1.14.**  $I_m = \sqrt{\frac{u_1^2 C}{L} + i_1^2} = 0,012$  А.

**13.1.15.**  $i = U_m \sqrt{\frac{3C}{4L}} \approx 8,7$  А.

**13.1.16.**  $t = \frac{1}{2\pi v} \arccos \left( \frac{u}{U_m} \right) =$   
 $= 2 \cdot 10^{-7} \left( n + \frac{1}{8} \right)$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$  —  
целое число.

**13.1.17.**  $U_{m1} = U_{m2} = I_m \sqrt{\frac{L}{C_1}} = 0,5$  В.

**13.1.18.** а)  $W = \frac{CU_m^2}{2} = 2$  мкДж;

б)  $W_a = \frac{CU_a^2}{2} = 1,28$  мкДж;

в)  $W_m = W - W_a = 0,72$  мкДж.

**13.1.19.**  
 $W_a = \frac{LI_m^2 (n^2 - 1)}{2n^2} = 1,2 \cdot 10^{-4}$  Дж;

$W_m = \frac{LI_m^2}{2n^2} = 1,5 \cdot 10^{-4}$  Дж.