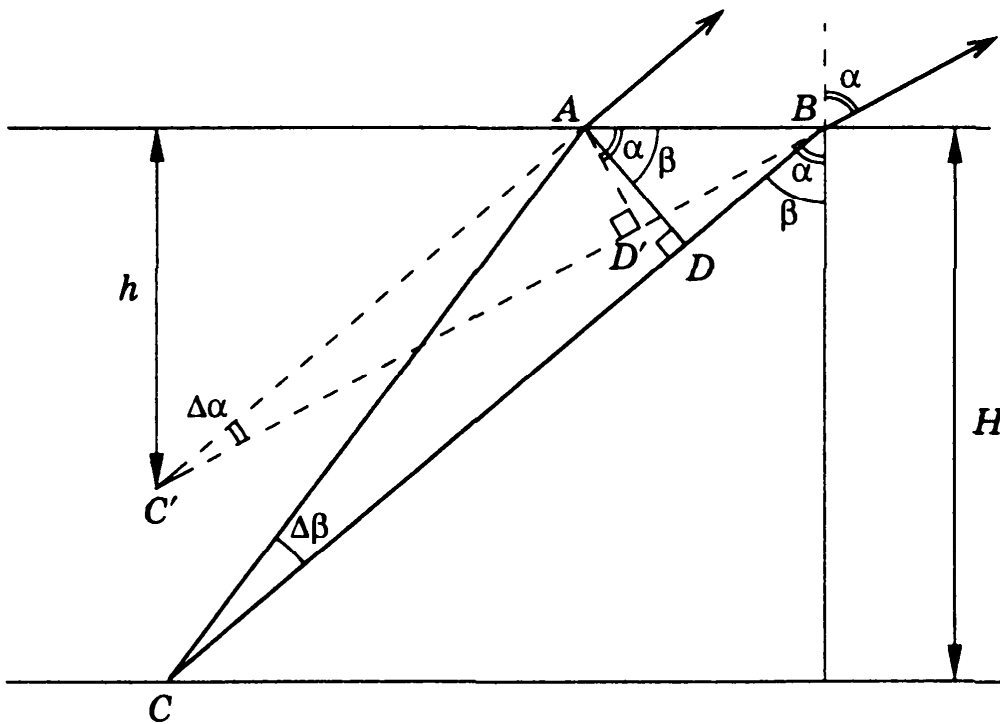


Человек с лодки рассматривает дно. Как зависит кажущаяся глубина водоема h от угла α , образуемого лучом зрения с вертикалью? Действительная глубина водоема всюду одинакова и равна H .

Решение. В глаз попадают лучи, идущие от произвольной точки дна C узким пучком. Они кажутся глазу выходящими из точки C' (рис.). Так как $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ весьма малы, то можно

записать: $AD = AC\Delta\beta = \frac{H}{\cos \beta} \Delta\beta$, $AD' = AC'\Delta\alpha = \frac{h}{\cos \alpha} \Delta\alpha$.



Приравнивая значения AB из треугольников ABD и ABD' , имеем:

$$\frac{H}{\cos^2 \beta} \Delta\beta = \frac{h}{\cos^2 \alpha} \Delta\alpha.$$

Используя закон преломления, можно найти отношение $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\beta}$. Действительно,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \text{ и } \frac{\sin (\alpha + \Delta\alpha)}{\sin (\beta + \Delta\beta)} = n.$$

Учитывая, что $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ малы, имеем:

$$\sin \Delta\alpha \approx \Delta\alpha, \sin \Delta\beta \approx \Delta\beta, \cos \Delta\alpha \approx \cos \Delta\beta \approx 1.$$

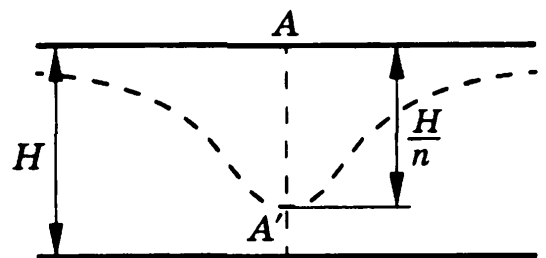


Рис. 1.76

Поэтому последнее равенство можно переписать так:

$$\sin \alpha + \cos \alpha \Delta \alpha = n \sin \beta + n \cos \beta \Delta \beta.$$

Отсюда $\frac{\Delta \alpha}{\Delta \beta} = n \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$. Подставляя это выражение в соотношение, связывающее H и h , найдем:

$$h = \frac{H \cos^3 \alpha}{n \cos^3 \beta} = \frac{H}{n} \frac{\cos^3 \alpha}{\left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}\right)^{3/2}}.$$

При $\alpha = 0$ $h = \frac{H}{n}$, т. е. глубина кажется уменьшенной в n раз. С ростом α h убывает. Примерный вид зависимости кажущейся глубины h от угла α изображен на рисунке 1.76. Глаз наблюдателя находится над точкой A' дна водоема.