

§ 1.8. ПРИНЦИП ФЕРМА И ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В середине XVII в. французский ученый П. Ферма выдвинул принцип, из которого вытекали все законы геометрической оптики.

Принцип Ферма

Принцип Ферма заключается в следующем: свет, идущий из одной точки пространства в другую, всегда распространяется по пути, требующему минимального времени*.

Получим законы геометрической оптики так, как это сделал Ферма около 300 лет назад.

Закон прямолинейного распространения света

Расстояние вдоль прямой — кратчайшее расстояние между двумя точками. Скорость света в однородной среде во всех точках одна и та же. Следовательно, меньше всего времени для перехода света из одной точки в другую нужно именно при прямолинейном распространении.

Закон отражения

В книге «Колебания и волны» нашего курса с помощью принципа Гюйгенса был получен закон, которому подчиняются волны при отражении от поверхности раздела двух сред. Этот закон справедлив для волн любой природы, в частности, и для световых волн. Согласно закону отражения: падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восставленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; угол отражения равен углу падения.

Докажем справедливость закона отражения света с помощью принципа Ферма.

Пусть MN — граница раздела двух сред (рис. 1.20). Луч света выходит из точки A и после отражения от поверхности попадает в точку B . По какому пути осуществляется переход? Нарисуем несколько возможных путей: AC_1B , AC_2B и AC_3B . Благодаря тому что свет как до, так и после отражения распространяется в однородной среде, минимальному времени соответствует путь минимальной длины. Найдем его. Построим точку A_1 , симметричную точке A относительно поверхности MN . Следовательно, $A_1C_0 = AC_0$ и $AA_1 \perp MN$. Соединив точки C_1 , C_2 и C_3 с точкой A_1 , легко убедиться в том, что $AC_1 = A_1C_1$,

* Более строго принцип Ферма формулируется так: свет распространяется тем путем, который требует либо минимального, либо максимального времени. Однако в большинстве случаев справедлива приведенная выше более простая формулировка.

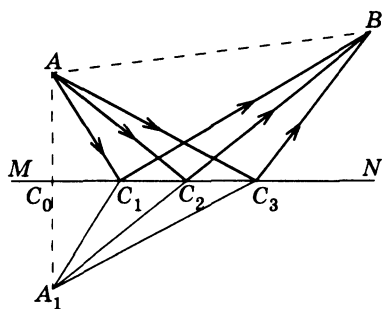


Рис. 1.20

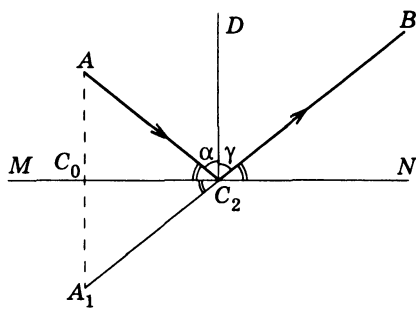


Рис. 1.21

$AC_2 = A_1C_2$ и $AC_3 = A_1C_3$. Поэтому, вычисляя путь из точки A в точку B , мы можем заменить отрезок AC_1 отрезком A_1C_1 , отрезок AC_2 — отрезком A_1C_2 и отрезок AC_3 отрезком A_1C_3 . Ясно, что кратчайший путь тот, при котором луч падает на отражающую поверхность в точке C_2 , лежащей на прямой A_1B : отрезок прямой A_1B короче любой ломаной, проходящей через точки A_1 и B .

Теперь остается показать, что при отражении луча от границы раздела двух сред в точке C_2 выполняется закон отражения, т. е. угол падения α равен углу отражения γ (рис. 1.21). Так как треугольники AC_2C_0 и $A_1C_2C_0$ равны, то $\angle AC_2C_0 = \angle A_1C_2C_0$. С другой стороны, $\angle C_0C_2A_1 = \angle BC_2N$. Следовательно, $\angle AC_2C_0 = \angle BC_2N$, а значит, и

$$\alpha = \gamma. \quad (1.8.1)$$

Нетрудно сообразить, что если бы лучи AC_2 , C_2B и перпендикуляр DC_2 не лежали в одной плоскости, то путь от точки A до границы MN и затем от границы до точки B был бы длиннее.

Таким образом, закон отражения полностью следует из принципа Ферма.

Закон преломления

На границе раздела двух сред с различными скоростями распространения волн происходит не только отражение волн, но и их преломление. Это относится и к свету. На границе раздела двух прозрачных сред свет частично отражается, а частично проникает в другую среду, изменяя при этом направление своего распространения — преломляется (рис. 1.22).

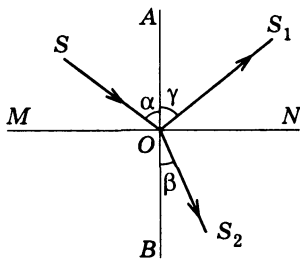


Рис. 1.22

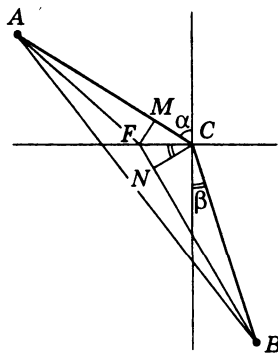


Рис. 1.23

С помощью принципа Гюйгенса был получен закон преломления волн, справедливый также и для световых волн. Этот закон гласит: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восставленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β есть величина постоянная для данных двух сред, не зависящая от угла падения:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \text{const.}$$

Величина n была названа показателем преломления второй среды относительно первой.

Выведем закон преломления света из принципа Ферма.

Свет из точки A падает на плоскую границу раздела двух сред (рис. 1.23) и преломляется, попадая затем в точку B . Если скорости света в первой (верхней) и второй (нижней) средах различны (для определенности будем считать, что $v_1 > v_2$), то ясно, что путь по прямой AB требует совсем не минимального времени. Время будет меньшим, если свет проходит несколько больший путь в первой среде, где он распространяется с большей скоростью, но зато — несколько меньший путь во второй среде.

Предположим, что свет затрачивает наименьшее время, если его путь проходит через точку C . Тогда любой другой путь левее или правее точки C займет большее время. Произвольную траекторию луча AFB можно задать с помощью переменной x — расстояния между точкой C и точкой F на границе раздела сред.

Кривая зависимости времени распространения света от x должна иметь минимум в точке C , т. е. при $x = 0$ (рис. 1.24). Вблизи минимума время очень мало меняется с изменением x . Приблизительно при очень малых x это время вообще можно считать постоянным: на очень малом отрезке вблизи $x = 0$ кривую можно заменить маленьким отрезком прямой, параллельной оси x .

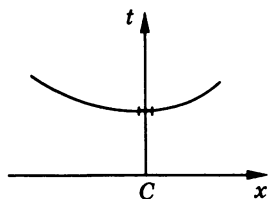


Рис. 1.24

Сравним время распространения света на пути ACB и на пути AFB , считая, что $x = FC$ очень мало. Проведем $FM \perp AC$ и $CN \perp FB$ (см. рис. 1.23). На пути ACB свет в первой среде проходит дополнительный путь MC (так как FC очень мало, то $AF \approx AM$). Во второй среде дополнительный путь FN проходит уже луч, распространяющийся по траектории AFB . Так как время распространения света от точки A к точке B при малых значениях x должно быть постоянным, то время прохождения светом пути MC и пути FN должно быть одинаковым, т. е.:

$$\frac{MC}{v_1} = \frac{FN}{v_2}.$$

Угол CFM равен углу падения α , а угол FCN — углу преломления β (так как x мало, то $\angle NCB \approx 90^\circ$). Поэтому $MC = x \sin \alpha$ и $FN = x \sin \beta$. Подставляя эти выражения в предыдущее равенство, получим:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const.} \quad (1.8.2)$$

Если отношение скоростей распространения света в первой и второй средах обозначить n , то

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n. \quad (1.8.3)$$

Величину n называют показателем преломления второй среды относительно первой.

Заметим, что если бы луч AC , луч CB и перпендикуляр к поверхности раздела сред в точке C не лежали в одной плоскости, то путь от точки A к точке B занимал бы большее время, чем в том случае, когда все они лежат в одной плоскости.

Итак, мы получили и третий закон геометрической оптики — закон преломления. Причем из принципа Ферма следует не только закон преломления, но и равенство показателя преломления отношению скоростей света в первой и второй средах.

Независимость световых пучков

Этот закон также неявно содержится в принципе Ферма по той простой причине, что свет идет по пути, соответствующему минимуму времени, независимо от того, пересекают данный пучок другие световые пучки или нет.

Опытная проверка законов отражения и преломления света

В справедливости закона отражения и закона преломления света можно убедиться на опытах с прибором, называемым оптической шайбой (рис. 1.25). Прибор состоит из неподвижного диска с нанесенными на нем делениями для измерения углов и специального осветителя. Диск укрепляется вертикально в штативе, а осветитель, испускающий узкий пучок света, может перемещаться по окружности диска.

Законы отражения и преломления проверяют с помощью стеклянного полуцилиндра с матовой задней поверхностью. Для этого полуцилиндр закрепляют на диске так, чтобы середина плоской поверхности совпадала с центром диска (см. рис. 1.25). Световой пучок идет от осветителя вдоль радиуса диска и на границе воздух — стекло частично отражается, а частично проходит в стекло, изменив направление — преломляется. Ход луча в стекле и воздухе виден на матовой стенке диска. Пучок выходит из стекла в воздух перпендикулярно цилиндрической поверхности и поэтому не преломляется.

Перемещая осветитель, меняют угол падения. При этом изменяются и угол отражения, и угол преломления. Эти углы измеряют по шкале на диске. В результате легко убедиться в справедливости закона отражения, а используя значения синусов углов, нетрудно убедиться в справедливости закона преломления.

При помощи этого же прибора можно наблюдать обратимость световых лучей при отражении и преломлении. Если па-

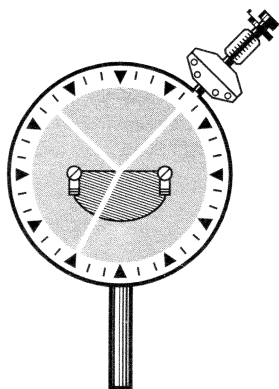


Рис. 1.25

дающий пучок света направить по бывшему отраженному, то новый отраженный пойдет по бывшему падающему. Также не трудно убедиться в обратимости лучей при преломлении света.