

3.7. Закон сохранения механической энергии – 3

3.7.21. Какую скорость необходимо сообщить шарiku, подвешенному на нити длиной $l = 1$ м, чтобы в момент отклонения нити на угол $\alpha = 60^\circ$ от вертикали ускорение шарика было направленным горизонтально (рис. 3.7.12)?

• **3.7.22.** Шарик подвешен на легкой нерастяжимой нити длиной $l = 30$ см так, что точка подвеса O находится на высоте $h = 50$ см над столом. Шарик отклоняют на натянутой нити до горизонтального положения и отпускают. При движении шарика нить оборвалась в тот момент, когда угол отклонения от вертикали был равен $\alpha = 60^\circ$. Найдите высоту H , на которую подпрыгнет шарик после абсолютно упругого удара о стол.

• **3.7.23.** На бруске, находящемся на горизонтальной плоскости, вертикально установлен легкий стержень, к которому привязана нить с грузом массой $m = 100$ г на конце (рис. 3.7.13). Нить с грузом отклоняют до горизонтального положения и отпускают. Определите массу M бруска, если он сдвинулся, когда угол между нитью и стержнем был равен $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,8$.

3.7.24. Груз подвешен на легкой пружине. В положении равновесия груза длина пружины $l_1 = 20$ см. Пружину медленно сжали до длины $l_2 = 15$ см и отпустили. Найдите максимальную скорость груза. Длина недеформированной пружины $l_0 = 10$ см.

• **3.7.25.** Груз, висающий на пружине, удлиняет ее на $x = 3$ см (рис. 3.7.14). Какую минимальную работу надо совершить, чтобы увеличить удлинение пружины жесткостью $k = 400$ Н/м в $n = 3$ раза?

3.7.26. Один из концов резинового шнура жесткостью $k = 10$ Н/м и длиной в недеформированном состоянии $l_0 = 30$ см закреплен, а ко второму прикреплен груз массой $m = 100$ г. Шнур отклоняют в вертикальной плоскости на угол $\alpha = 60^\circ$ так, что он остается нерастянутым, и затем отпускают. Определите максимальное удлинение шнура при движении груза.

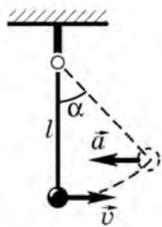


Рис. 3.7.12

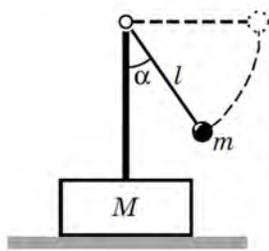


Рис. 3.7.13

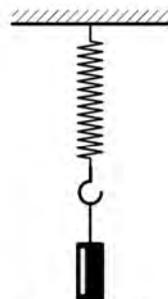


Рис. 3.7.14

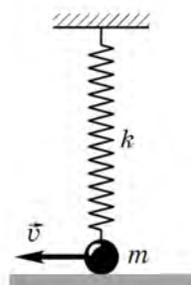


Рис. 3.7.15

3.7.27. На гладком горизонтальном столе расположен груз массой $m = 1$ кг. Груз соединен с вертикальной пружиной, верхний конец которой закреплен (рис. 3.7.15). Какую минимальную скорость в горизонтальном направлении нужно сообщить грузу, чтобы он оторвался от поверхности стола? В исходном состоянии пружина не деформирована и имеет длину $l = 30$ см. Коэффициент жесткости пружины $k = 50$ Н/м.

• **3.7.28.** На подставке лежит тело массой $m = 0,5$ кг, подвешенное на пружине жесткостью $k = 40$ Н/м (рис. 3.7.16). В начальный момент пружина не растянута. Подставку начинают опускать вниз с ускорением $a = 2$ м/с². Через какое время подставка оторвется от тела? Каким будет максимальное растяжение пружины?

• **3.7.29.** Легкая пружина установлена вертикально на столе. С высоты $h = 40$ см относительно поверхности стола на нее падает стальной шарик массой $m = 0,1$ кг (рис. 3.7.17). Найдите максимальный импульс шарика. Жесткость пружины $k = 19,6$ Н/м, ее длина в недеформированном состоянии $l = 20$ см.

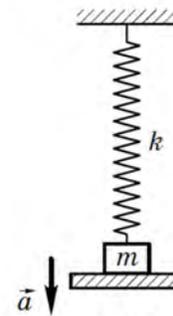


Рис. 3.7.16

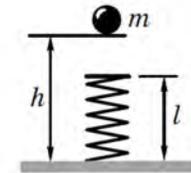


Рис. 3.7.17

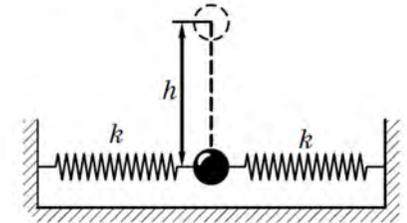


Рис. 3.7.18

3.7.30. Легкая пружина жесткостью $k = 50$ Н/м и длиной в недеформированном состоянии $l_0 = 30$ см установлена вертикально на столе. На нее падает стальной шарик массой $m = 250$ г. Определите высоту относительно поверхности стола, на которой шарик будет иметь максимальную скорость. Чему равно максимальное сжатие пружины, если в начальный момент шарик находился на высоте $h = 40$ см от поверхности стола?

3.7.31. Шарик массой $m = 0,1$ кг закреплен на полу двумя одинаковыми пружинами жесткостью $k = 15$ Н/м каждая, как показано на рисунке 3.7.18. В начальном состоянии пружины не деформированы и длина каждой пружины $l = 40$ см. Шарик поднимают на высоту $h = 30$ см и отпускают. Какой импульс передает шарик при абсолютно упругом ударе о поверхность?

• **3.7.32.** Маленький шарик массой $m = 200$ г, находящийся на гладкой горизонтальной поверхности, прикреплен к вертикальной оси невесомой пружиной длиной $l = 30$ см и жесткостью $k = 100$ Н/м (рис. 3.7.19). Пружину с грузом раскручивают в горизонтальной плоскости до угловой скорости $\omega = 10$ рад/с. Найдите

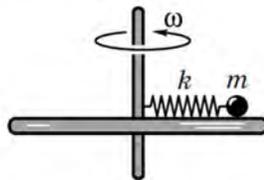


Рис. 3.7.19



Рис. 3.7.20

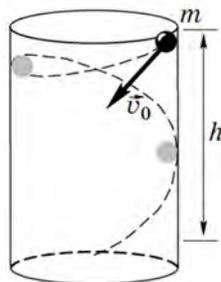


Рис. 3.7.21

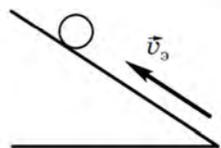


Рис. 3.7.22

те работу, необходимую для раскрутки пружины с грузом. Считать, что пружина не изгибается. В начальном положении пружина не деформирована.

• **3.7.33.** Маленькое тело массой $m = 20$ г движется не отрываясь по внутренней гладкой поверхности вертикального цилиндра (рис. 3.7.20). Начальная скорость тела v_0 составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Чему равна сила, с которой тело давит на поверхность цилиндра в высшей точке траектории, если при подъеме на максимальную высоту тело совершило ровно $n = 4$ оборота внутри цилиндра?

• **3.7.34.** Внутри вертикально стоящей цилиндрической трубы радиусом $R = 10$ см находится шарик массой $m = 20$ г. Шарик сообщили горизонтальную скорость $v_0 = 5$ м/с, направленную по касательной к поверхности трубы (рис. 3.7.21). С какой силой шарик действует на поверхность трубы в момент, когда он опустился на расстояние $h = 50$ см? Сколько полных оборотов за это время сделал шарик? Трения нет.

• **3.7.35.** Эскалатор, расположенный под углом к горизонту, движется вверх со скоростью $v_s = 2$ м/с. На поручень вертикально ставят колечко радиусом $r = 2$ см, которое начинает двигаться вместе с поручнем, а затем колечко отпускают (рис. 3.7.22). Найдите угловую скорость колечка в момент времени, когда его центр масс опустится по вертикали на высоту $h = 0,5$ м. Масса колечка равномерно распределена по его ободу, проскальзывания нет.

Ответы:

3.7.21.

$$v = \sqrt{gl(\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha - 2 \cos \alpha + 2)} \approx 5 \text{ м/с.}$$

3.7.24. $v = (l_1 - l_2) \sqrt{\frac{g}{l_1 - l_0}} = 0,5 \text{ м/с.}$

3.7.26. $\Delta l \approx \sqrt{\frac{mgl_0}{k}} = 17,3 \text{ см.}$

3.7.27. $v = \frac{gl\sqrt{mk}}{kl - mg} \approx 4 \text{ м/с.}$

3.7.30. $h = l_0 - \frac{mg}{k} = 25 \text{ см; } \Delta x = \frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{\frac{1 + 2k(H - l_0)}{mg}} \right) \approx 16 \text{ см.}$

3.7.31. $\Delta p = 2m \sqrt{2gh + \frac{2k(\sqrt{h^2 - l^2} - l)}{m}} = 0,6 \text{ кг} \cdot \text{м/с.}$