

## 1.9. Движение материальной точки в плоскости $X, Y$

**1.9.13.** Закон движения материальной точки имеет вид:  $\vec{r} = 3t\vec{i} + (3 + 2t^2)\vec{j}$ . Найдите: а) радиус-вектор и его модуль в моменты времени  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 1$  с,  $t_2 = 2$  с; б) перемещение и модуль перемещения за две секунды движения ( $\Delta\vec{r}$  и  $\Delta r$ ) и за вторую секунду движения.

**1.9.14.** Закон движения материальной точки имеет вид:  $\vec{r} = 20t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$ . Найдите уравнение траектории.

**1.9.15.** В момент времени  $t_0 = 0$  материальная точка начинает свое движение из начала координат так, что ее скорость зависит от времени по закону:  $\vec{v} = 3\vec{i} + 18(1 - t)\vec{j}$ . Определите положение точки через  $\Delta t = 10$  с после начала движения. Найдите уравнение траектории материальной точки.

**1.9.16.** Материальная точка движется с постоянным ускорением  $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ . Определите скорость точки и ее положение в момент времени  $t = 1$  с, если в момент времени  $t_0 = 0$  ее координаты:  $x_0 = 2$  м,  $y_0 = -3$  м, а скорость  $\vec{v}_0 = 4\vec{i} - 5\vec{j}$ .

**1.9.17.** Закон движения материальной точки имеет вид:

$$x = 2 + 3t - t^2, y = -1 + 3t.$$

Найдите ускорение точки и угол между скоростью и ускорением в момент времени  $t = 1$  с.

**1.9.18.** Материальная точка движется так, что ее скорость изменяется по закону  $\vec{v} = (2 - t)\vec{i} + 2\vec{j}$ . Найдите нормальное и тангенциальное ускорения точки и радиус кривизны ее траектории в момент времени  $t = 2$  с.

**1.9.19.** Частица движется в плоскости  $XO$  — вдоль оси  $OX$  равномерно со скоростью  $v_x = 5$  см/с, а вдоль оси  $OY$  так, что уравнение траектории имеет вид:

$$y = 5 + 10x + 5x^2.$$

Найдите зависимость скорости движения частицы вдоль оси  $OX$  от времени, полагая, что при  $t = 0$  координаты частицы  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 5$  м.

**1.9.20.** Закон движения материальной точки имеет вид:

$$\vec{r} = (0,5\sin 2t)\vec{i} + (0,5\cos 2t)\vec{j}.$$

1. Найдите уравнение траектории точки.
2. Где находилась точка в начальный момент времени ( $t_0 = 0$ )?
3. В каком направлении движется точка?
4. Найдите модули скорости и ускорения точки в любой момент времени.

**1.9.21.** Законы движения точек 1 и 2 имеют вид:  $x_1 = 2t$ ,  $y_1 = 5t$  и  $x_2 = t + 1$ ,  $y_2 = t^2 + 4$  соответственно. Встретятся ли эти точки? Если точки встретятся, то в какой момент времени?

**1.9.22.** Закон движения первой точки имеет вид:  $\vec{r} = 2t\vec{i} + 8t\vec{j}$ . Вторая точка движется по траектории  $y = 5x^2$ . Возможна ли встреча этих точек? Если да, то в какой момент времени они встретятся и каковы координаты их места встречи?

**1.9.23.** Две частицы движутся так, что радиус-вектор первой частицы  $\vec{r}_1 = (2\cos 2\pi t)\vec{i} + (2\sin 2\pi t)\vec{j}$ , а второй  $\vec{r}_2 = 4t\vec{i} - (4t^2 - 1)\vec{j}$ .

1. Найдите уравнение траектории каждой частицы.
2. Определите расстояние между частицами в момент времени  $t = 0,5$  с.

**1.9.24.** С башни горизонтально со скоростью  $v_0 = 10$  м/с пустили стрелу. Во время полета стрела сносится порывом горизонтального ветра, направление которого перпендикулярно начальной скорости стрелы. Скорость ветра в момент броска равна нулю и нарастает с ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>. Найдите скорость стрелы в точке падения, если модуль вектора перемещения стрелы за время полета  $\Delta r = 25$  м. Под каким углом к горизонту направлена скорость стрелы в момент падения? Соппротивлением воздуха пренебречь.

**1.9.25.** С вышки бросают маленькое тело, скорость которого направлена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту (вверх). Во время полета тела дует горизонтальный ветер, скорость которого перпендикулярна начальной скорости тела и равна  $v_v = 10$  м/с. Тело ударяется о землю через  $\Delta t = 3$  с со скоростью  $v = 25$  м/с. С какой начальной скоростью и с какой высоты было брошено тело? Соппротивлением воздуха пренебречь.

Ответы:

**1.9.13.**

а)  $\vec{r}_0 = 3\vec{j}$ ;  $r_0 = 3$  м;  $\vec{r}_1 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ ;

$r_1 = 5,8$  м;  $\vec{r}_2 = 6\vec{i} + 11\vec{j}$ ;  $r_2 = 12,5$  м;

б)  $\Delta\vec{r} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ ;  $\Delta r = 8,5$  м;

$\Delta\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ ;  $\Delta r_2 = 6,7$  м.

**1.9.14.**  $y = 1 - 0,0025x^2$ .

**1.9.15.**

$x = 3(t_0 + \Delta t) = 30$  м,

$y = 18\Delta t - 9\Delta t^2 = -720$  м;

$y = 6x - x^2$ .

**1.9.16.**

$\vec{v} = (4 + 2t)\vec{i} + (-5 + 4t)\vec{j} = 6\vec{i} - \vec{j}$ ;

$v = 61$  м/с;  $x = 7$  м;  $y = -6$  м.

**1.9.17.**  $\vec{a} = -2\vec{j}$ ;  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>;  $\alpha = 108,5^\circ$ .

**1.9.18.**  $\alpha = 90^\circ$ ;  $a_n = 1$  м/с<sup>2</sup>;  $a_\tau = 0$ ;

$R = 4$  м.

**1.9.19.**  $\vec{v} = 5\vec{i} + (10 + 250t)\vec{j}$ ;

$v = 5\sqrt{5(1 + 40t + 250t^2)}$ .

**1.9.20.**

1)  $x^2 + y^2 = 0,25$ ;

2)  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0,5$  м;

3) по часовой стрелке;

4)  $v = 1,4$  м/с;  $a = 2,8$  м/с<sup>2</sup>.

**1.9.21.**  $t = 1$  с.

**1.9.22.** Встреча возможна в момент

$t_{\text{встр}} = 0,4$  с, при этом  $x_{\text{встр}} = 0,8$  м,

$y_{\text{встр}} = 3,2$  м.

**1.9.23.** 1) Уравнения траектории: частицы 1

$x^2 + y^2 = 4$  — окружность,

частицы 2

$y = 0,25x^2$  — парабола.

2)  $\Delta r = 4$  м.

**1.9.24.**

$v = \sqrt{v_0^2 + (g^2 + a^2)t^2} = 21,8$  м/с;

$\alpha = \arctg\left(\frac{-gt}{\sqrt{v_0^2 + (at)^2}}\right) =$

$= \arctg(-1,46) = -55,6^\circ$ .

**1.9.25.**  $v_0 = g\Delta t \sin \alpha \pm$

$\pm \sqrt{v^2 - v_B^2 - g^2 \Delta t^2 \cos^2 \alpha}$ ;

возможны 2 случая:

$h_1 = 18$  м при  $v_{01} = 18$  м/с,

$h_2 = 27$  м при  $v_{02} = 12$  м/с.