

## 10.16. Движение заряженных частиц

**10.16.1.** Два электрона находятся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, причем первый электрон вначале покоится, а второй имеет скорость  $v_0$ , направленную к первому. Определите наименьшее расстояние, на которое они сблизятся.

**10.16.2.** На какое минимальное расстояние смогут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу из бесконечности с относительными скоростями  $v_{\text{отн}} = 10^6$  м/с?

**10.16.3.** Два электрона движутся вдоль одной прямой. На расстоянии  $a$  друг от друга их скорости направлены в одну сторону и равны  $v_1$  и  $v_2$ , причем  $v_1 > v_2$ . На какое минимальное расстояние смогут сблизиться электроны?

**10.16.4.** Электрон находится на расстоянии  $R = 5 \cdot 10^{-11}$  м от неподвижного протона. Какой должна быть скорость электрона, чтобы он мог улететь в бесконечность?

**10.16.5.** Частица массой  $m = 1$  г с зарядом  $q = 10^{-6}$  Кл движется в электрическом поле одноименного закрепленного заряда  $Q = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл так, что на расстоянии  $l_1 = 5$  см ее скорость  $v_0 = 30$  м/с составляет острый угол с линией, соединяющей заряды. Определите скорость частицы, когда она будет на расстоянии  $l_2 = 4$  см от заряда  $Q$ . Сопротивление воздуха и гравитационное взаимодействие не учитывать.

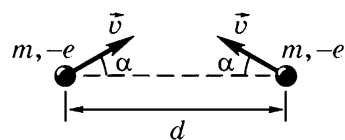


Рис. 10.16.1

**10.16.6.** Скорости двух электронов равны  $v$ , лежат в одной плоскости и при расстоянии между электронами  $d$  образуют углы  $\alpha$  с прямой, соединяющей электроны (рис. 10.16.1). На какое минимальное расстояние смогут сблизиться электроны?

**10.16.7.** На горизонтальной поверхности закреплен заряд  $q_1$ . Тело массой  $m$ , имеющее заряд  $q_2$  (причем  $q_1, q_2 > 0$ ), может перемещаться по поверхности. На каком расстоянии от заряда  $q_1$  тело остановится, если в начальный момент оно покоилось и находилось на расстоянии  $l_0$  от заряда  $q_1$ ? Коэффициент трения тела о плоскость равен  $\mu$ .

**10.16.8.** На горизонтальной плоскости на расстоянии  $d$  друг от друга удерживают два одинаковых тела массой  $m$  каждое, имеющие равные заряды  $q$ . Какое расстояние пройдет каждое из тел, если их освободить? Какую максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  приобретут тела в процессе движения? Коэффициент трения тел о плоскость равен  $\mu$ .

**10.16.9.** На гладкой горизонтальной поверхности закреплен шарик с зарядом  $q_1 = 3 \cdot 10^{-6}$  Кл, к которому прикреплена непроводящая пружина. На другом конце пружины находится шарик массой  $m = 10$  г с зарядом  $q_2 = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл (рис. 10.16.2). Он колеблется так, что минимальное расстояние между шариками равно  $l_1 = 20$  см. Какова максимальная скорость движения этого шарика, если длина пружины в недеформированном состоянии  $l_0 = 25$  см, а в момент, когда скорость шарика максимальна, ее длина  $l_2 = 30$  см?

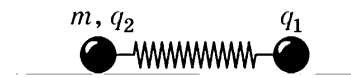


Рис. 10.16.2

**10.16.10.** По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом, с высоты  $h = 1$  м соскальзывает небольшое тело массой  $m = 10$  г, заряженное отрицательным зарядом  $q = -1$  мкКл. В точке пересечения вертикали, проведенной через начальное положение тела, с основанием плоскости закреплен положительный заряд  $Q = 2$  мкКл. Найдите скорость, с которой тело достигнет основания плоскости.

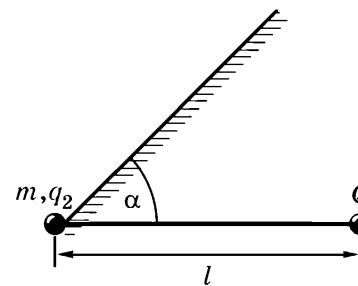


Рис. 10.16.3

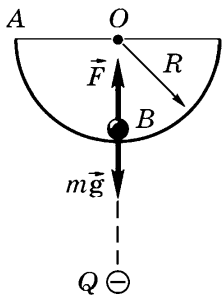
**10.16.11.** Маленькая шайба массой  $m = 9$  г с положительным зарядом  $q = 9,8$  нКл лежит у основания гладкой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом (рис. 10.16.3). Какой минимальный заряд  $Q$  следует поместить на расстоянии  $l = 10$  см от шайбы, чтобы она начала подниматься вверх вдоль наклонной плоскости? Чему будет равна скорость шайбы в точке, где расстояние между ней и зарядом  $Q$  минимально?

**10.16.12.** Две маленькие бусинки надеты на непроводящий стержень, расположенный вертикально вблизи поверхности земли, причем нижняя из них закреплена. Бусинки раздвинули на расстояние  $l_0$ , сообщили каждой одинаковые одноименные заряды  $q$  и отпустили. Какую максимальную скорость будет иметь подвижная бусинка, если ее масса равна  $m$ ? Трением пренебречь.

**10.16.13.** Два небольших шарика, имеющие одинаковые по модулю разноименные заряды, под действием сил взаимного электрического притяжения движутся по окружностям вокруг неподвижного центра масс. Скорость первого шарика мгновенно увеличивают в  $n$  раз, не изменяя ее направления. При каком минимальном значении  $n$  шарики разлетятся бесконечно далеко друг от друга?

Отношение масс шариков  $\frac{m_1}{m_2} = 3$ .

**10.16.14.** Шарик массой  $m = 2$  г с зарядом  $Q = 10,5 \cdot 10^{-9}$  Кл может вращаться в вертикальной плоскости на непроводящей, невесомой и нерастяжимой нити длиной  $l = 50$  см. В центре вращения закреплен шарик с таким же зарядом. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku в нижнем положении, чтобы он мог сделать полный оборот? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Размерами шариков по сравнению с длиной нити пренебречь.



**Рис. 10.16.4** Шарик массой  $m = 2$  г, имеющий положительный заряд  $q$ , начинает скользить из точки A по сферической поверхности радиусом  $R = 10$  см (рис. 10.16.4). Потенциальная энергия взаимодействия заряда  $q$  и неподвижного отрицательного заряда  $Q$  в начальный момент времени  $W_A = -2 \cdot 10^{-3}$  Дж. Определите потенциальную энергию взаимодействия зарядов, когда заряд  $q$  находится в точке B, если в этом случае результирующая сил реакции со стороны сферической поверхности и кулоновского взаимодействия, приложенная к шарiku,  $F = 0,1$  Н. Трением между шариком и сферической поверхностью пренебречь.

**10.16.16.** Две одинаковые маленькие бусинки, имеющие одинаковые заряды, могут без трения скользить по непроводящему кольцу радиусом  $R = 17,3$  см, расположенному вертикально в поле тяжести Земли (рис. 10.16.5). Первоначально бусинки удерживают на горизонтальном диаметре кольца. Бусинки отпускают. Найдите их максимальные скорости, если положение равновесия между ними находится на хорде, равной радиусу кольца.

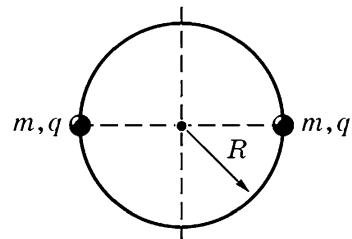


Рис. 10.16.5

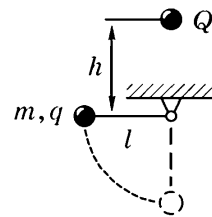


Рис. 10.16.6

**10.16.17.** Небольшой шарик массой  $m = 6$  г, имеющий заряд  $q = 1$  мкКл, подвешен на непроводящей нити длиной  $l = 40$  см. Над точкой подвеса на расстоянии  $h = 30$  см от нее помещен точечный заряд  $Q = 2$  мкКл (рис. 10.16.6). Шарик отклоняют на натянутой нити от положения равновесия до горизонтального положения и отпускают. Определите скорость шарика в момент прохождения им положения равновесия.

**10.16.18.** Три одинаковых одноименно заряженных маленьких шарика с зарядом  $q = 2$  мкКл и массой  $m = 6$  г каждый соединены невесомыми, нерастяжимыми и непроводящими нитями длиной  $l = 0,1$  м так, что нити образуют равносторонний треугольник. Одну из нитей пережигают. Найдите максимальные скорости каждого шарика. Силу тяжести не учитывать.

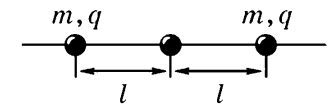


Рис. 10.16.7

**10.16.19.** Три маленьких одинаковых шарика массой  $m = 2$  г каждый могут скользить по длинному непроводящему горизонтальному стержню. Первоначально шарики находятся на расстояниях  $l = 0,1$  м друг от друга (рис. 10.16.7). Одновременно каждому шарiku сообщают заряд  $q = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл. Какую максимальную скорость будет иметь каждый шарик при движении, если коэффициент трения между шариками и стержнем  $\mu = 0,2$ ?

**10.16.20.** Три одинаковых маленьких шарика 1, 2, 3 массой  $m = 9$  г и с зарядом  $q = 2$  мкКл каждый удерживают в вершинах правильного треугольника со стороной  $a = 0,5$  м. Шарики отпускают. Какие скорости будут иметь шарики, когда расстояние между ними удвоится?

**10.16.21.** Расстояние между закрепленными разноименными зарядами  $q_1$  и  $q_2$  равно  $l$ . Частица массой  $m$ , имеющая заряд  $q_3$  одного знака с  $q_2$ , летит по прямой, соединяющей закрепленные заряды. Какую наименьшую скорость должна иметь частица на большом расстоянии от зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , чтобы достичь заряда  $q_1$ ?

**10.16.22.** Четыре одинаковых маленьких шарика массой  $m = 1,8$  г и зарядом  $q = 10^{-7}$  Кл каждый удерживают в вершинах квадрата со стороной  $a = 0,4$  м. Определите скорость: а) одного шарика, если его отпустить; б) всех шариков, если их одновременно отпустить.

**10.16.23.** Четыре одинаковых маленьких заряженных шарика удерживают в вершинах тетраэдра со стороной  $a = 10$  см (рис. 10.16.8). Затем шарики отпускают. Какие скорости будут иметь шарики, когда расстояние между ними увеличится втрое? Масса каждого шарика  $m = 9$  г, заряд  $q = 10^{-8}$  Кл. Силу тяжести не учитывать.

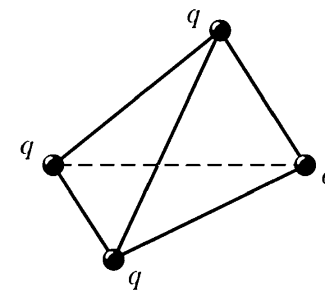


Рис. 10.16.8

**10.16.24.** В вершинах правильного 2008-гранника со стороной  $a = 5$  см были закреплены небольшие одинаковые шарики с равными зарядами. В некоторый момент времени один из шариков был освобожден, а через достаточно большой промежуток

времени был освобожден шарик, соседний с первым освобожденным. Оказалось, что на большом расстоянии от многогранника кинетические энергии освобожденных шариков различаются на величину  $\Delta W = 0,01$  Дж. Определите заряд каждого шарика.

**10.16.25.** На тонкое диэлектрическое кольцо радиусом  $R$  надета бусинка массой  $m$ , которой сообщен заряд  $q$ . Кольцо расположено в вертикальной плоскости, и вся система находится в однородном вертикальном электрическом поле напряженностью  $E$ . Какой точечный заряд следует расположить в центре кольца, чтобы бусинка, соскользнувшая с вершины кольца, не давила на него в нижней точке? Трения нет.

**10.16.26.** Частица массой  $m$ , имеющая заряд  $q$ , движется по оси заряженного закрепленного кольца, приближаясь к нему. Какую наименьшую скорость должна иметь частица на большом расстоянии от кольца, чтобы пролететь сквозь него? Масса кольца  $M$ , радиус  $R$ , заряд  $Q$ .

• **10.16.27.** Частица массой  $m$ , имеющая заряд  $q$ , со скоростью  $v_0$  приближается с большого расстояния к заряженному незакрепленному кольцу, двигаясь по его оси. Радиус кольца  $R$ , его заряд  $Q$  ( $Qq > 0$ ), масса  $M$ . Вначале кольцо покоится.

1. Чему будет равна скорость частицы, когда она проходит через центр кольца?

2. Как изменится ответ, если кольцо закрепить?

**10.16.28.** Две закрепленные сферы радиусом  $R$  имеют одинаковые заряды  $Q$ , распределенные равномерно по поверхностям сфер. Какую минимальную энергию нужно сообщить электрону на поверхности одной из сфер, чтобы он достиг второй сферы? Расстояние между центрами сфер равно  $l$ . Заряд электрона  $|e|$ .

**10.16.29.** Закрепленная сфера радиусом  $R_1$ , имеющая равномерно распределенный по поверхности положительный заряд  $q_1$ , окружена металлической сеткой радиусом  $R_2$ , на которую нанесен положительный заряд  $q_2$  (рис. 10.16.9). Протон, находящийся вблизи поверхности сферы, не имея начальной скорости, пролетает через сетку и удаляется в бесконечность. Найдите скорость протона в бесконечности. Отноше-

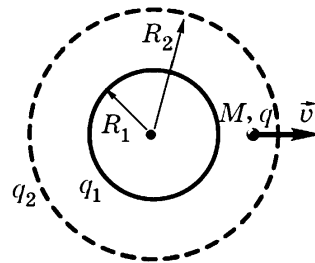


Рис. 10.16.9

ние заряда  $q$  к массе  $M$  для протона считать известным.

**10.16.30.** В закрепленной металлической сфере радиусом  $R = 10^{-2}$  м, имеющей заряд  $q = -10^{-8}$  Кл, проделано очень маленькое отверстие (рис. 10.16.10). Точечный заряд  $q_0 = 10^{-9}$  Кл массой  $m = 10^{-6}$  кг влетает в отверстие по направлению к центру сферы, имея начальную скорость вдали от сферы  $v_0 = 1$  м/с. Найдите скорость заряда в центре сферы.

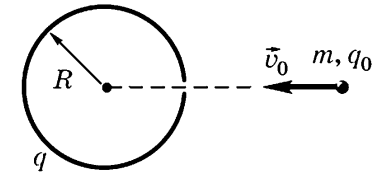


Рис. 10.16.10

**10.16.31.** В тонкостенной непроводящей равномерно заряженной сфере массой  $m_1 = 100$  г и радиусом  $R = 20$  см имеются два небольших диаметрально противоположных отверстия. Заряд сферы  $Q = 3$  мкКл. В начальный момент сфера покоится. По прямой, соединяющей отверстия, из бесконечности движется со скоростью  $v = 5$  м/с частица массой  $m_2 = 40$  г с зарядом  $q = 2$  мкКл. Найдите время, в течение которого заряд будет находиться внутри сферы.

**10.16.32.** В закрепленном шаре радиусом  $R = 1$  м, равномерно заряженном с объемной плотностью заряда  $\rho = -10^{-12}$  Кл/м<sup>3</sup>, просверлен по диаметру узкий канал (рис. 10.16.11). В центре шара находится электрон. С какой скоростью вылетит из шара электрон, если ему сообщить начальную скорость  $v_0 = 1$  м/с, направленную по радиусу вдоль канала? Заряд электрона  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса электрона  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

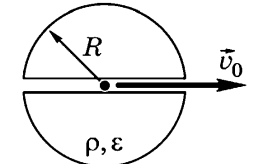


Рис. 10.16.11

Ответы:

$$10.16.1. r_{\min} = \frac{4ke^2}{m_e v_0^2}, \text{ где } e \text{ — за-}$$

ряд электрона,  $m_e$  — его масса.

$$10.16.2. r_{\min} = \frac{4k|e|^2}{m_e v_{\text{отн}}^2} \approx 10^{-9} \text{ м.}$$

$$10.16.3. r_{\min} = \frac{4kae^2}{m_e(v_1 - v_2)^2 + 4ke^2}.$$

$$10.16.4. v \geq e \sqrt{\frac{2k}{m_e R}} \approx 3,2 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

$$10.16.5. v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2kqQ}{m} \left( \frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \right)} \approx 26,8 \text{ м/с.}$$

$$10.16.6. r_{\min} = \frac{ke^2 d}{ke^2 + m_e v^2 d \cos^2 \alpha}.$$

$$10.16.7. l = \frac{kq_1 q_2}{\mu m g l_0}.$$

$$10.16.9. v = 4,24 \text{ м/с.}$$

$$10.16.10. v = \sqrt{2gh + \frac{2kqQ(1 - \operatorname{tg} \alpha)}{mh}} \approx 4,25 \text{ м/с.}$$

$$10.16.11. Q = \frac{mgl^2 \operatorname{tg} \alpha}{kq} = 5,8 \text{ мкКл;}$$

$$v = \sqrt{2gl \left( \frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)} = 1,68 \text{ м/с.}$$

$$10.16.12. v = \sqrt{2gl_0 \left| \frac{q}{l_0} \sqrt{\frac{k}{mg}} - 1 \right|}.$$

$$10.16.13. n \approx 2,66.$$

$$10.16.14. v_0 = \sqrt{5gl - \frac{kQ^2}{ml}} = 5 \text{ м/с.}$$

$$10.16.15. W = -4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

$$10.16.16. v = \sqrt{\frac{5gR}{2\sqrt{3}}} = 15,8 \text{ м/с.}$$

$$10.16.17.$$

$$v = \sqrt{2gl + \frac{2kqQ}{m} \left( \frac{1}{\sqrt{l^2 + h^2}} - \frac{1}{l+h} \right)} \approx 3,3 \text{ м/с.}$$

$$10.16.18. \text{ Скорости крайних шариков } v_2 = q \sqrt{\frac{k}{6ml}} = 3,16 \text{ м/с,}$$

среднего —  $v_1 = 2v_2 = 6,32 \text{ м/с.}$

$$10.16.19. \text{ Скорости крайних шариков } v_1 = \sqrt{\frac{5kq^2}{2ml} - 2q \sqrt{\frac{5k\mu g}{m}} + 2\mu gl} = 26,5 \text{ м/с;}$$

$$\text{среднего — } v_2 = 0.$$

$$10.16.20. v_1 = v_2 = v_3 = q \sqrt{\frac{k}{ma}} = 2,8 \text{ м/с.}$$

$$10.16.21. v = \left[ \frac{2kq_3}{ml} \left( \sqrt{|q_2|} - \sqrt{|q_1|} \right) \right]^{1/2}$$

при  $|q_2| > |q_1|$ ;  $v = 0$  при  $|q_2| \leq |q_1|$ .

$$10.16.22. \text{ а) } v = q \sqrt{\frac{k(4 + \sqrt{2})}{ma}} = 0,82 \text{ м/с;}$$

$$\text{ б) } v = q \sqrt{\frac{k(4 + \sqrt{2})}{2ma}} = 0,58 \text{ м/с.}$$

$$10.16.23. \text{ Скорость каждого шарика } v = q \sqrt{\frac{2k}{ma}} = 4,47 \text{ м/с.}$$

10.16.25. Возможны разные случаи:

$$Q = \frac{20\pi\epsilon_0 R^2 (qE - mg)}{q} \text{ при } qE \neq mg, q > 0$$

$$\text{ и } Q = \frac{20\pi\epsilon_0 R^2 (|q|E + mg)}{|q|} \text{ при } q < 0,$$

если линии напряженности электрического поля направлены вверх;

$$Q = \frac{10\pi\epsilon_0 R^2 (qE + mg)}{q} \text{ при } q > 0 \text{ и}$$

$$Q = \frac{10\pi\epsilon_0 R^2 (mg - |q|E)}{|q|} \text{ при } |q|E \neq mg,$$

$q < 0$ , если линии напряженности направлены вниз.

$$10.16.26. v_{\min} = \sqrt{\frac{2kqQ}{mR}} \text{ при } q, Q > 0;$$

$v_{\min} = 0$  при  $q, Q < 0$ .

$$10.16.28. W_{\min} = \frac{keQ(l - 2R)^2}{lR(l - R)}.$$

$$10.16.29. v = \sqrt{\frac{2kq}{M} \left( \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \right)}.$$

$$10.16.30. v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2kqq_0}{mR}} \approx 4,4 \text{ м/с.}$$

$$10.16.31.$$

$$t = 2R \left( v^2 + \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \frac{2kqQ}{m_2 R} \right)^{-1/2} = 0,06 \text{ с.}$$

$$10.16.32. v = \sqrt{\frac{v_0^2 + e|\rho|R^3}{3m_e \epsilon_0}}.$$